computing@tanet.edu.te.ua
www.tanet.edu.te.ua/computing

ISSN 1727-6209
International Scientific
Journal of Computing

МНОЖИННА ІДЕНТИФІКАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ЛІНІЙНИХ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ НА ОСНОВІ ІНТЕРВАЛЬНИХ ДАНИХ

Микола Дивак, Петро Стахів, Ірина Каліщук

Тернопільська академія народного господарства
Інститут комп’ютерних інформаційних технологій,
Кафедра комп’ютерних наук
Площа Перемоги 3, м. Тернопіль 46004, Україна
e-mail: mdy@tanet.edu.te.ua, http://www.tanet.edu.te.ua

Резюме: *Розглядається завдання ототожнення параметра інтервалу лінійної динамічної системи. Показана можливість застосування процедур обчислення ототожнення інтервалу параметра нерухомої системи для вирішення цього завдання. Запропонований метод встановленого ототожнення параметра лінійної динамічної системи у формі багатовимірних еліпсоїдів.*

Ключові слова: *інтервальний аналіз, ідентифікація інтервальних параметрів, динамічні системи, інтервальні дані*

1. Вступ

Дослідження лінійних стаціонарних динамічних об’єктів часто вимагає розв’язування задачі параметричної ідентифікації. На сьогоднішній день існує достатньо велика кількість праць, присвячених розв’язку задач даного класу [1-9]. Зокрема, в працях [1, 2, 4] розглядаються задачі параметричної ідентифікації на основі значень вихідних змінних, отриманих в каналі вимірювання для заданих управляючих сигналів. В працях [3-4] розглянуто задачі параметричної ідентифікації динамічного об’єкта за умов випадкової адитивної похибки в каналі вимірювання. Для дослідження отриманих оцінок параметрів при цьому необхідно дослідити статистичні характеристики випадкових похибок, що не завжди можливо за умов обмеженої вибірки експериментальних даних.

Останнім часом для ідентифікації параметрів як статичних, так і динамічних об’єктів використовують теоретико-множинний та інтервальний підходи, які не вимагають дослідження похибок в каналі вимірювання, за виключенням виявлення їх максимальних значень (максимальної амплітуди). Цьому напрямку присвячена велика кількість робіт, серед яких слід виділити базові праці Кунцевича В.М., Личака М.М., Бакана Г.М. та Куссуль Н.Н, Walter E., Pronzato L. [1-8] та інш.. Незважаючи на достатньо широкі можливості теоретико-множинного та інтервального підходів, які проявляються особливо у випадках обмеженої вибірки даних з обмеженими похибками, при розв’язуванні задач параметричної ідентифікації більшість дослідників використовують традиційний стохастичний підхід. Основними причинами цього є складність опису множини параметрів, яка отримується при застосуванні теоретико-множинного підходу, обчислювальна складність алгоритмів множинної ідентифікації, а також відсутність програмного забезпечення, яке успішно можна застосовувати на практиці.

Тим часом для розв’язання задач параметричної ідентифікації моделей статичних об’єктів, розроблено достатньо ефективні обчислювальні методи, побудовані на виділенні насичених блоків даних експерименту (кількість спостережень за вихідною змінною, в яких співпадає з кількістю невідомих параметрів моделі).

Тому метою даної праці є розробка методу множинної ідентифікації параметрів моделей динамічних систем на основі застосування та модифікації існуючих методів параметричної ідентифікації статичних систем, коли дані експерименту мають обмежені за амплітудою похибки, тобто є інтервальними.

Постановка задачі.

Розглянемо лінійний динамічний об'єкт, який описується системою лінійних диференційних рівнянь

$$\frac{\partial \vec{x}(t)}{\partial t} = A \cdot \vec{x}(t) + B \cdot \vec{u}(t)\,, \quad (1)$$

а канал вимірювання його вихідних змінних описується системою лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\vec{y}(t) = C \cdot \vec{x}(t) + \vec{e}(t)\,, \quad (2)$$

де $\vec{x}(t) \in R^m$ - вектор параметрів стану системи;

$\vec{u}(t) \in R^n$ - вектор входів – управлінь;

$\vec{y}(t) \in R^l$ - вектор вихідних змінних;

A, B, C – матриці невідомих параметрів системи;

$\vec{e}(t) \in R^l$, $\vec{e}(t) = (e_1(t),...,e_i(t),...,e_l(t))^T$ -

вектор випадкових обмежених похибок вимірювань.

Нехай відома максимальна амплітуда цих похибок Δ і справедливою є умова

$$|e_i(t)| \le \Delta, \Delta > 0 \;\forall i = 1,...,l \quad (3)$$

Здійснимо перехід до дискретного вигляду рівнянь динаміки, користуючись відомими із [9] процедурами:

$$\vec{x}_{k+1} = G \cdot \vec{x}_k + Q \cdot \vec{u}_k\,, \quad k = 0,1,2,... \quad (4)$$

$$\vec{y}_{k+1} = C\vec{x}_{k+1} + \vec{e}_{k+1} \quad k = 0,1,2,... \quad (5)$$

де $\vec{x}_k, \vec{u}_k$ - вектори параметрів стану та управлінь, які визначені в *k*-ій часовій точці;

G, Q, C – невідомі матриці відповідних розмірів.

Перевага дискретного рівняння стану полягає в тому, що значення параметрів в наступній точці визначається на основі тільки одної попередньої точки.

Зв'язок параметрів дискретного та неперервного рівнянь стану добре відомий, в даному випадку, при ступеневій апроксимації компонентів вектора $\vec{u}(t)$ з рівнянь (1) – (2) справедливі наступні співвідношення [9]:

$$G = e^{A \cdot T} \quad (6)$$

$$Q = G \cdot \int_0^T e^{-A\tau} \partial\tau \cdot B\,. \quad (7)$$

Не порушуючи загальності, введемо такі спрощення:

C=I – одинична матриця, тоді $l = m$; розглядатимемо систему зі скалярним управлінням, тобто $\vec{u}_k = (0,...u_k)^T$, $Q = \left(\frac{0}{0...q}\right)$.

Тоді систему (4), (5) можна записати у такому вигляді

$$\begin{cases} x_{1,k+1} = g_{11} \cdot x_{1,k} + ... + g_{1i} \cdot x_{i,k} + ... + g_{1m} \cdot x_{m,k} \\ . \\ . \\ x_{i,k+1} = g_{i1} \cdot x_{1,k} + ... + g_{ii} \cdot x_{i,k} + ... + g_{im} \cdot x_{m,k} \\ . \\ . \\ x_{m,k+1} = g_{m,1} \cdot x_{1,k} + ... + g_{m,i} \cdot x_{i,k} + ... + g_{mm} \cdot x_{mk} + q \cdot u_k \end{cases} \quad (8)$$

$$\vec{y}_{k+1} = \vec{x}_{k+1} + \vec{e}_{k+1}\,, \quad |e_{k+1}| \le \Delta, \Delta > 0 \;\forall k = 0,1,2,... \quad (9)$$

Основним завданням множинної параметричної ідентифікації є знаходження множин параметрів *G* та *Q* на основі даних експерименту (інтервальних даних), отриманих внаслідок реалізації скалярного управління і вимірювання змінних стану з обмеженою похибкою:

$$u_k \to [\vec{x}^-_{k+1}, \vec{x}^+_{k+1}]\,, \quad k = 0,1,2,...\,, \quad (10)$$

де $\vec{x}^-_{k+1} = \vec{x}_{k+1} - \vec{i} \cdot \Delta$, та $\vec{x}^+_{k+1} = \vec{x}_{k+1} + \vec{i} \cdot \Delta$, $k = 0,1,2,...$ - вектори нижніх та верхніх меж гарантованих інтервалів змінних стану;

$\vec{i}$ – вектор, всі компоненти якого є "1".

Метод множинної ідентифікації параметрів динамічного об'єкта на основі виділення насиченого блоку експерименту.

Користуючись даними експерименту (10), отриманими із врахуванням властивості обмеженості похибки вимірювань e (3), систему (8) – (9) перепишемо у такому вигляді

$$\begin{cases} x^-_{1,k+1} \le g_{11}\cdot[x^-_{1,k},x^+_{1,k}]+...+g_{1i}\cdot[x^-_{i,k},x^+_{i,k}]+...+g_{1m}\cdot[x^-_{m,k},x^+_{m,k}] \le x^+_{1,k+1} \\ . \\ . \\ x^-_{i,k+1} \le g_{i1}\cdot[x^-_{1,k},x^+_{1,k}]+...+g_{ii}\cdot[x^-_{i,k},x^+_{i,k}]+...+g_{im}\cdot[x^-_{m,k},x^+_{m,k}] \le x^+_{i,k+1} \\ . \\ . \\ x^-_{m,k+1} \le g_{m1}\cdot[x^-_{1,k},x^+_{1,k}]+...+g_{mi}\cdot[x^-_{i,k},x^+_{i,k}]+...+g_{mm}\cdot[x^-_{m,k},x^+_{m,k}]+q\cdot u_k \le x^+_{m,k+1} \end{cases}, \quad k=0,1,2,... \quad (11)$$

Отримана система є інтервальною системою лінійних алгебраїчних рівнянь відносно невідомих коефіцієнтів матриць G і Q.

З кожної i-тої стрічки системи (11), за умови $k \ge m$, отримаємо k інтервальних рівнянь, які, у випадку лінійної незалежності інтервальних векторів $([x^-_{1,k},x^+_{1,k}]...[x^-_{m,k},x^+_{m,k}]), k=1,2,...,$ дозволяють провести ідентифікацію коефіцієнтів матриці G, що знаходяться в i-тій стрічці.

Не порушуючи загальності, будемо розглядати систему $k=m$ інтервальних рівнянь, отриману на основі m-тої стрічки із системи (11) у вигляді:

$$\begin{cases} x^-_{m,1} \le g_{m,1}\cdot[x^-_{1,0},x^+_{1,0}]+...+g_{m,i}\cdot[x^-_{i,0},x^+_{i,0}]+...+g_{m,m}\cdot[x^-_{m,0},x^+_{m,0}]+q\cdot u_0 \le x^+_{m,1} \\ . \\ . \\ x^-_{m,k+1} \le g_{m,1}\cdot[x^-_{1,k},x^+_{1,k}]+...+g_{m,i}\cdot[x^-_{i,k},x^+_{i,k}]+...+g_{m,m}\cdot[x^-_{m,k},x^+_{m,k}]+q\cdot u_k \le x^+_{m,k+1} \\ . \\ . \\ x^-_{m,m} \le g_{m,1}\cdot[x^-_{1,m-1},x^+_{1,m-1}]+...+g_{m,i}\cdot[x^-_{i,m-1},x^+_{i,m-1}]+...+g_{m,m}\cdot[x^-_{m,m-1},x^+_{m,m-1}]+q\cdot u_m \le x^+_{m,m} \end{cases} \quad (12)$$

Отримана система подібна до інтервальних систем, що будуються на основі інтервальних даних при розв'язуванні задач параметричної ідентифікації моделей статичних систем [10]. В просторі оцінок коефіцієнтів $\vec{g}_m=(g_{m,1},...,g_{m,i},...,g_{m,m})$ розв'язком системи (12) є, в загальному випадку, не опуклий многогранник (див. приклад для випадку m=2, наведений на рис.1)

.

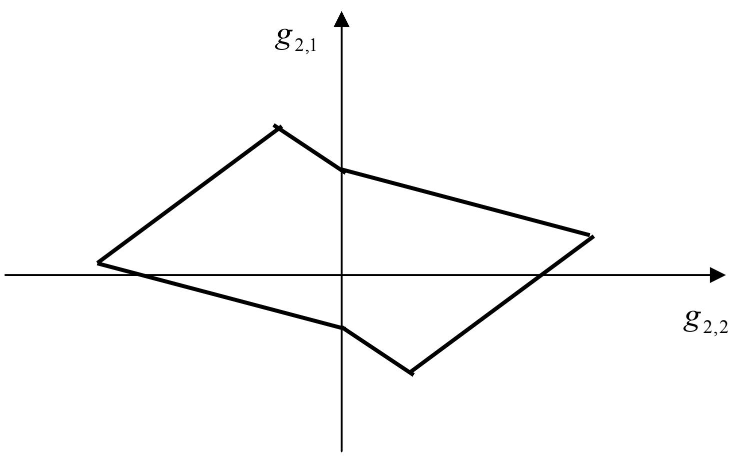

Рис. 1.

Аналіз системи рівнянь (12) показав – якщо інтервали $[x^-_{i,k}, x^+_{i,k}], \forall i = 1,..,m, \forall k = 0,...,m-1$ стягуються в точку, то розв'язком системи (12) в просторі оцінок коефіцієнтів $\vec{g}_m$ є симетричний опуклий многогранник – *m*-вимірний паралелепіпед Ω_m (див. рис. 2. для *m*=2). У цьому випадку для знаходження розв'язку системи (12) є придатними ефективні обчислювальні методи, розроблені в теорії ідентифікації інтервальних моделей статичних систем [10]. При цьому застосування обчислювальної процедури виділення насиченого блоку експерименту, описаної в [10], дозволить отримувати розв'язок у вигляді паралелепіпеда.

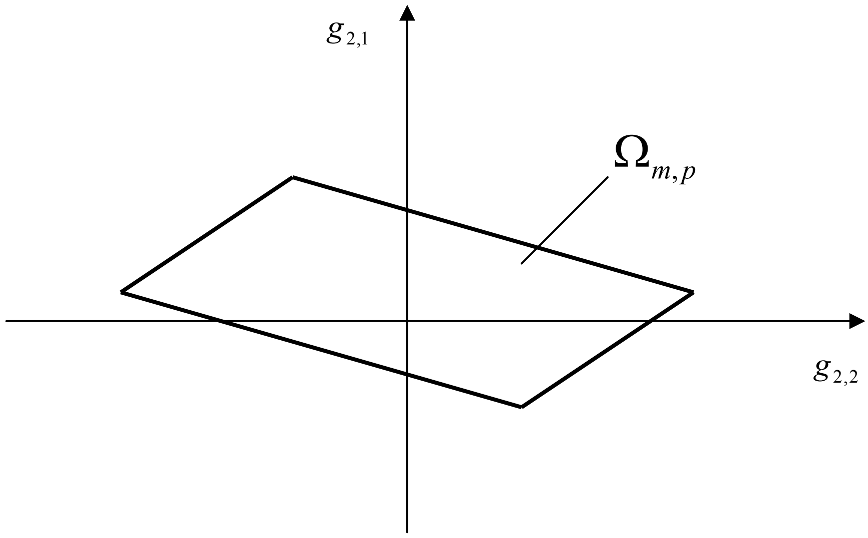

Рис. 2.

Таким чином розв'язок усієї системи (12) є об'єднанням розв'язків – *m*-вимірних паралелепіпедів Ω_m, отриманих із розв'язків системи (12), в якій замість векторів $([x^-_{1,k}, x^+_{1,k}],...,[x^-_{i,k}, x^+_{i,k}],...,[x^-_{m,k}, x^+_{m,k}]), k = 0,1,2,...$.використано вектори

$$(x_{1,k},...,x_{i,k},...,x_{m,k}), k = 1,...,m, \forall x_{i,k} \in [x^-_{i,k}, x^+_{i,k}], i = 1,...m, k = 0,...m-1 .$$

Користуючись відомими в інтервальному аналізі властивостями системи (12) для знаходження її загального розв'язку достатньо розв'язати $2^{m \cdot m}$ інтервальних рівнянь, складених вище описаним способом, коли компонентами вектора $(x_{1,k},...,x_{i,k},...,x_{m,k})$ є межові значення інтервалів $[x^-_{i,k}, x^+_{i,k}], \forall i = 1,...m, k = 1,...m$. В результаті із кожної системи отримуватимемо розв'язок, що задаватиме $\Omega_{m,p}$ - *m*-вимірний паралелепіпед, де $p = 1,...,2^{m \cdot m}$.

Слід зауважити, що при збереженні загальної подібності процедур множинної параметричної ідентифікації моделей статичних та динамічних систем з інтервальною вихідною змінною, при реалізації цих процедур для динамічних систем суттєво зростає часова складність, що є предметом окремих досліджень.

Враховуючи лему 1 із праці [10], для отриманого розв'язку у вигляді паралелепіпеда існує оптимальна гарантована оцінка у вигляді *m*-вимірного еліпсоїда у такому вигляді:

$$Q_{m,p} = \left\{ \vec{g}_m \in R^m \middle| (\vec{g}_m - \vec{\bar{g}}_{m,p})^T \cdot X^T_p \cdot E^{-2} \cdot X_p \cdot (\vec{g}_m - \vec{\bar{g}}_{m,p}) = m \right\}, \qquad (13)$$

де матриця X_p - складена із межових значень інтервалів. Наприклад вона може мати такий вигляд:

$$X_p = \begin{pmatrix} x_{1,0}^{-},\ldots,\ x_{i,0}^{+},\ldots,\ x_{m,0}^{-} \\ . \\ . \\ x_{1,k}^{-},\ldots,\ x_{i,k}^{-},\ldots,\ x_{m,k}^{+} \\ . \\ . \\ x_{1,m-1}^{+},\ldots,\ x_{i,m-1}^{-},\ldots,\ x_{m,m-1}^{+} \end{pmatrix},$$

$\vec{\bar{g}}_{m,p} = X_p^{-1} \cdot \vec{\bar{X}}_{k+1}$ - центр еліпсоїда;

$$\vec{\bar{X}}_{k+1} = \left(0.5 \cdot (x_{m,1}^{-} + x_{m,1}^{+}),\ldots,0.5 \cdot (x_{m,k+1}^{-} + x_{m,k+1}^{+}),\ldots,0.5 \cdot (x_{m,m}^{-} + x_{m,m}^{+})\right)^T;$$
$$E = diag\left\{0.5 \cdot (x_{m,1}^{+} - x_{m,1}^{-}),\ldots,0.5 \cdot (x_{m,k+1}^{+} - x_{m,k+1}^{-}),\ldots,0.5 \cdot (x_{m,m}^{+} - x_{m,m}^{-})\right\}$$

На рисунку 3 для випадку m=2 схематично зображена гарантована оцінка у вигляді еліпсоїда (13).

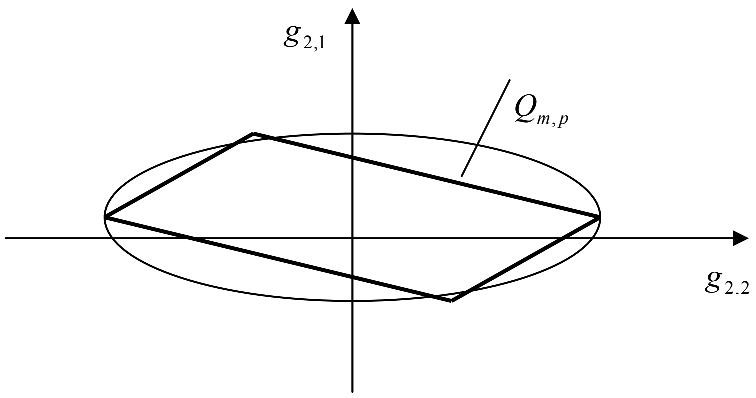

Рис. 3.

Із урахуванням вище викладеного, формально оцінку розв'язку усієї системи (12) можна записати у вигляді об'єднання m-вимірних еліпсоїдів (13)

$$Q_m(X_p) = \left\{\vec{g}_m \in R^m \middle| (\vec{g}_m - \vec{\bar{g}}_{m.p})^T \cdot X_p^T \cdot E^{-2} \cdot X_p \cdot (\vec{g}_m - \vec{\bar{g}}_{m,p}) \le m\right\}, X_p \in [X], \qquad (14)$$

де

$$[X] = \begin{pmatrix} [x_{1,0}^{-},x_{1,0}^{+}]\ldots[x_{i,0}^{-},x_{i,0}^{+}]\ldots[x_{m,0}^{-},x_{m,0}^{+}] \\ . \\ . \\ [x_{1,k}^{-},x_{1,k}^{+}]\ldots[x_{i,k}^{-},x_{i,k}^{+}]\ldots[x_{m,k}^{-},x_{m,k}^{+}] \\ . \\ . \\ [x_{1,m-1}^{-},x_{1,m-1}^{+}]\ldots[x_{i,m-1}^{-},x_{i,m-1}^{+}]\ldots[x_{m,m-1}^{-},x_{m,m-1}^{+}] \end{pmatrix}.$$

Рис. 4 ілюструє для m=2 оцінку розв'язку системи (12) у вигляді множини (14).

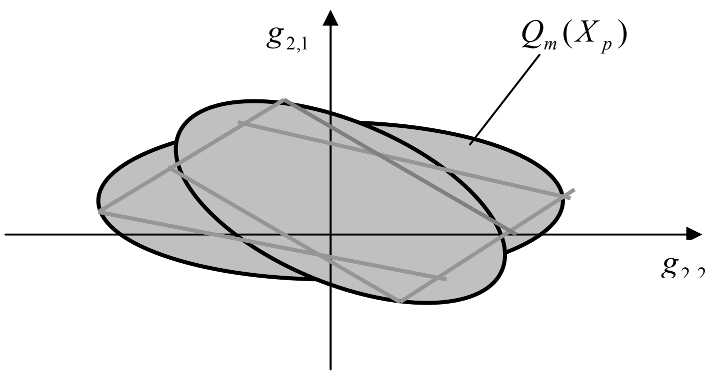

Рис. 4.

Користуючись отриманим розв'язком (14) задачі параметричної ідентифікації, m-те рівняння із системи рівнянь динаміки (4) матиме такий вигляд:

$$[x^-_{m,k+1}; x^+_{m,k+k}] = [\min_{\vec{g}_m, q\in Q_m(X_p), X_p\in[X]} (\vec{g}_m^T \cdot [\vec{x}_k^-, \vec{x}_k^+] + q\cdot u); \max_{\vec{g}_m, q\in Q_m(X_p), X_p\in[X]} (\vec{g}_m^T \cdot [\vec{x}_k^-, \vec{x}_k^+] + q\cdot u)] \quad (15)$$

Слід зауважити, що описаний метод множинної ідентифікації параметрів із використанням m спостережень не завжди забезпечує потрібної точності прогнозування на основі отриманої моделі. Тому в подальшому необхідно розвивати його для умов збільшення кількості інтервальних спостережень $k>m$.

ВИСНОВКИ

1. Аналіз задачі множинної ідентифікації параметрів дискретних лінійних динамічних систем показав її подібність задачі параметричної ідентифікації статичних систем в тому сенсі, що обидві задачі зводяться до знаходження розв'язку інтервальної системи лінійних алгебраїчних рівнянь.

2. Запропонований метод множинної ідентифікації на основі насиченого блоку експерименту дозволяє отримати гарантовану множину параметрів динамічного об'єкта у вигляді сукупності m-вимірних еліпсоїдів. Для реалізації запропонованого методу, придатними є алгоритми та обчислювальні процедури параметричної ідентифікації статичних систем, хоча при їх застосуванні зростатиме часова складність обчислень.

ЛІТЕРАТУРА

1. Кунцевич В.М., Лычак М.М. Об оптимальном управлении динамическими объектами в условиях неопределенности // Автоматика. - №8., 1978. – с.35-45.

2. Лычак М.М. Идентификация и оценивание состояния объектов управления на основе множественного подхода // проблемы управления и информатики. – 1999. - №5. – с.34-41.

3. Бакан Г.М., Куссуль Н.Н. Теоретико-множественная идентификация линейных объектов в классе размытых эллипсоидальных множеств //Автоматика. – 1990. - №3. – с.29-40.

4. Walter E. Piet - Lohanier H. Estimation of parameter bounds from bounded-error data // Proc. 12-th IMACS world congress. – Paris, 1988.

5. Walter E., Pronzato L. Identification of parametric model from experimental data. – London, Berlin, Heidelberg. New York, Paris, Tokyo: Springer, 1997. – 413p.

6. Бакан Г.М., Волосов В.В., Куссуль Н.Н. Оценивание состояния непрерывных динамических систем методом эллипсов // Кибернетика и системный анализ. – 1996. - №6. – с.72-91.

7. Бакан Г.М. Оптимизация алгоритмов гарантированного оценивания состояний динамических систем // Автоматика и телемеханика. – 2000. - №10. – с.27-36.

8. Куссуль Н.Н. Идентификация моделей дискретных динамических систем на основе нейросетевого и множественного подходов // Проблемы управления и информатики. – 2000. - №2. – с.44-51.

9. Стахив П.Г. Анализ динамических режимов в электронных схемах с многополюсниками. – Львов: Вища шк. Изд-во при Львов. ун-те, - 1988. – 154с.

10. Вощинин А.П., Дывак М.П. Планирование оптимального насыщенного эксперимента в задачах построения интервальных моделей // Заводская лаборатория. – 1993. – №1. – с.56-59.

11. Кунцевич В.М., Лычак М.М. Управление в условиях неопределенности (синтез адаптивных систем управления) // Автоматика. – 1987. - №5. – с.16-26.

Микола Петрович Дивак *народився 1964 року. В 1986 році закінчив Львівський політехнічний інститут і отримав кваліфікацію радіоінженера. В 1992 році захистив кандидатську дисертацію на тему "Розробка методів оптимального планування експерименту і аналізу інтервальних даних". В 1999 році вступив до докторантури Тернопільської академії народного господарства і у 2003 році захистив дисертацію на здобуття вченого ступеня доктора технічних наук на тему "Теоретичні засади побудови моделей "вхід-вихід" статичних систем методами аналізу інтервальних даних". Опублікував понад 80 наукових праць. На даний час працює завідувачем кафедри комп'ютерних наук інституту комп'ютерних технологій Тернопільської академії народного господарства.*

Область наукових інтересів: розробка та застосування методів множинного оцінювання *та інтервального аналізу для моделювання статичних і динамічних систем в сфері економіки, екології та технологічних галузях.*

Петро Григорович Стахів *(народився у 1948 р., Львівська область). Закінчив Львівський державний університет у 1970 р., спеціальність "Радіофізика та електроніка". Навчався в аспірантурі у Львівському державному університеті ім. Ів. Франка (1970–1973 рр.) та докторантурі при Московському енергетичному інституті (1988–1991 рр.). У 1975 р. захистив дисертацію "Синтез лінійних електричних кіл (метод змінних стану)" на здобуття вченого ступеня кандидата технічних наук (спеціальність "Теоретичні основи електротехніки"). У 1992 р. захистив докторську дисертацію за спеціальностю "Теоретична електротехніка" на тему "Аналіз динамічних режимів електричних та електронних кіл з багатополюсниками".*

Доктор технічних наук, професор.

Завідувач кафедри теоретичної та загальної електротехніки Національного університету "Львівська політехніка" з 1996 р.

До цього працював асистентом, доцентом, завідувачем кафедри теоретичних основ електрорадіотехніки Львівського державного університету ім. Ів. Франка.

Наукові інтереси пов'язані з теорією електричних кіл та математичним і комп'ютерним моделюванням динамічних процесів як в електротехнічних, так і споріднених системах.

Запропонував низку числових процедур розрахунку динамічних процесів, що базуються на діакоптичному підході.

Автор оригінального методу синтезу дискретних математичних моделей динамічних багатовходових систем на основі оптимізаційного підходу.

Він є автором монографії "Анализ динамических режимов электронных схем с многополюсниками". Вища школа, 1988 р., 155 с., де викладені теоретичні засади математичного моделювання в електротехніці та запропоновані діакоптичні процедури розрахунку перехідних процесів у електричних колах.

Науковий доробок викладений приблизно у 200 друкованих працях. З них 2 монографії, чотири навчальні підручники та посібники з грифом Міносвіти. Біля 25 наукових статей перекладено та видано за кордоном.

Підготував дев'ять кандидатів та одного доктора наук.

Голова спеціалізованої ради з захисту, відповідальний редактор н-т збірника "Теоретична електротехніка", член редакційних колегій ряду інших журналів.

Член Інституту електрорадіоінженерів (IEEE)

Ірина Каліщук *народилась в с.Верба Рівненської обл.. у 1981 р. У 2003 році закінчила Інститут комп'ютерних інформаційних технологій Тернопільської академії народного господарства. У 2004 році вступила в аспірантур Тернопільської академії народного господарства. Основні наукові інтереси пов'язані із задачами параметричної ідентифікації систем "вхід-вихід" динамічних моделей методами аналізу інтервальних даних. Опублікувала 4 наукові праці.*

INTERVAL PARAMETER'S IDENTIFICATION OF THE LINEAR DYNAMIC SYSTEM ON THE BASIS OF INTERVAL DATA

Mykola Dyvak, Petro Stakchiv, Iryna Kalishchuk

Department of Computer Sciences
Institute of Computer Information Technologies
Ternopil Academy of National Economy
3 Peremoga Square, Ternopil 46004, Ukraine
e-mail: mdy@tanet.edu.te.ua, http://www.tanet.edu.te.ua

Abstract: *The task of interval parameter's identification of linear dynamic system is considered. Possibility of application of calculation procedures of parameter's interval identification of the static system for the decision of this task is shown. The method of parameter's set identification of the linear dynamic system in form of multidimensional ellipsoids is proposed.*

Keywords: *interval analysis; interval parameter's identification; dynamic systems; interval data.*

1. INTRODUCTION

For researching of electrical circuits the dynamic models usually are constrain. In this case the tasks of parameter's identification of dynamic system are solve. Last time for identification of parameters both static and dynamic objects interval approach is use. This approach do not require of researching of errors in the channel of measuring. Upper and lower bounds of experimental data –interval data is needed only. For parameter's identification of static objects the high efficiency calculation methods on the basis of selection of the saturated interval data blocks of experiment are developed now. Therefore development of method of interval parameter's identification of the dynamic systems on the basis of application and modification of existent methods of parameter's identification of the static systems is actuality.

2. STATEMENT OF TASK

We will consider a linear dynamic object, which is described by the system of the discrete equations:

$$\vec{x}_{k+1} = G \cdot \vec{x}_k + Q \cdot \vec{u}_k \,, \quad k = 1,2,... \,, \tag{1}$$

$$\vec{y}_{k+1} = C \cdot \vec{x}_{k+1} + \vec{e}_{k+1} \,, \quad k = 1,2,... \,, \tag{2}$$

where $\vec{x}_k \in R^m$ is the state variables vector of the system in k discrete time; $\vec{u}_k \in R^n$ is the input variables ("controls") vector in k discrete time; $\vec{y}_{k+1} \in R^p$ is the output variables vector in k+1 discrete time; G, Q, C –matrices with unknown elements, which must be identified; $\vec{e}_{k+1} = (e_{k+1,1},...,e_{k+1,i},...,e_{k+1,p})^T$ is the random bounded errors vector, which in k+1 discrete time are measured.

Lets the known maximal amplitude of these errors Δ

$$\left| e_{k+1} \right| \le \Delta, \Delta > 0 \forall k = 1,2,... . \tag{3}$$

Not in contempt of generality we are assumed: C=I – singles matrix, then $p = m$ and we will consider the system with the scalar control, that is

$$\vec{u}_k = (0,...u_k)^T \,, \; Q = \left(\frac{0}{0...q} \right).$$

Then systems (1), (2) we can write down in such kind:

$$\begin{cases} x_{1,k+1} = g_{1,1} \cdot x_{1,k} + ... + g_{1,i} \cdot x_{i,k} + ... + g_{1,m} \cdot x_{m,k} \\ . \\ . \\ x_{i,k+1} = g_{i,1} \cdot x_{1,k} + ... + g_{i,i} \cdot x_{i,k} + ... + g_{i,m} \cdot x_{m,k} \\ . \\ . \\ x_{m,k+1} = g_{m,1} \cdot x_{1,k} + ... + g_{m,i} \cdot x_{i,k} + ... + g_{m,m} \cdot x_{m,k} + q \cdot u_k \end{cases} \tag{4}$$

$$\vec{y}_{k+1} = \vec{x}_{k+1} + \vec{e}_{k+1} \,, \; \left| e_{k+1} \right| \le \Delta, \Delta > 0 \forall k = 1,2,... \tag{5}$$

Estimation of elements (parameters of dynamic system) of matrices G and Q on the basis of the data of experiment (interval data) is the basic task of interval parameter's identification. These data got as a result of realization of scalar control and measuring state variables with the bounded errors:

$$u_k \to [\vec{x}^-_{k+1}, \vec{x}^+_{k+1}] \,, \tag{6}$$

where $\vec{x}^-_{k+1} = \vec{x}_{k+1} - \vec{i} \cdot \Delta$ and $\vec{x}^+_{k+1} = \vec{x}_{k+1} + \vec{i} \cdot \Delta$, $k = 1,2,...$ are lower and upper bounds of the assured interval of state variable vectors; $\vec{i}$ is the vector, all components of which are "1".

3. METHOD OF INTERVAL PARAMETER'S IDENTIFICATION OF DYNAMIC OBJECT ON THE BASIS OF SELECTION OF THE SATURATED BLOCK OF EXPERIMENT

Using the data of experiment (6) system (4), (5) we will rewrite in such kind

$$\begin{cases} x_{1,k+1}^- \le g_{1,1}\cdot[x_{1,k}^-, x_{1,k}^+] + \ldots + g_{1,m}\cdot[x_{m,k}^-, x_{m,k}^+] \le x_{1,k+1}^+ \\ . \\ . \\ x_{i,k+1}^- \le g_{i,1}\cdot[x_{1,k}^-, x_{1,k}^+] + \ldots + g_{i,m}\cdot[x_{m,k}^-, x_{m,k}^+] \le x_{i,k+1}^+ \\ . \\ . \\ x_{m,k+1}^- \le g_{m,1}\cdot[x_{1,k}^-, x_{1,k}^+] + \ldots + g_{m,m}\cdot[x_{m,k}^-, x_{m,k}^+] + q\cdot u_k \le x_{m,k+1}^+ \end{cases} \quad k=1,2,\ldots \tag{7}$$

From at each i row of the system (7), for $k \ge m$, we will get k interval equations which allow to conduct identification of coefficients of matrix G, that are found in i row.

Let's consider the system $k=m$ of the interval equations, got on the basis of m row from the system (7):

$$\begin{cases} x_{m,1}^- \le g_{m,1}\cdot[x_{1,0}^-, x_{1,0}^+] + \ldots + g_{m,m}\cdot[x_{m,0}^-, x_{m,0}^+] + q\cdot u_0 \le x_{m,1}^+ \\ . \\ . \\ x_{m,k+1}^- \le g_{m,1}\cdot[x_{1,k}^-, x_{1,k}^+] + \ldots + g_{m,m}\cdot[x_{m,k}^-, x_{m,k}^+] + q\cdot u_k \le x_{m,k+1}^+ \\ . \\ . \\ x_{m,m}^- \le g_{m,1}\cdot[x_{1,m}^-, x_{1,m}^+] + \ldots + g_{m,m}\cdot[x_{m,m}^-, x_{m,m}^+] + q\cdot u_m \le x_{m,m}^+ \end{cases} \tag{8}$$

The interval system of linear algebraic equations (8) is similar to the systems built on the basis of interval data at solve of tasks of parameter's identification of static system models by the method of selection of the saturated block of experiment. In space of coefficient's estimations $\vec{g}_m = (g_{m,1},\ldots,g_{m,m})$ the total solution of the interval system (8) is the union of $2^{m\cdot m}$ solutions – the m-dimensional parallelepipeds Ω_{mp} $p=1,\ldots,2^{m\cdot m}$ .Every m- dimensional parallelepipeds Ω_{mp} is the solution's set of the interval system combined from system (8) by using one from $2^{m\cdot m}$ combination of lower or upper bound of intervals $[x_{i,k}^-, x_{i,k}^+], i=1,\ldots m, k=1,\ldots m$. For the got solution as a parallelepiped there is the optimum assured estimation as a m-dimensional ellipsoid:

$$Q_{m,p} = \left\{\vec{g}_m \in R^m \left| (\vec{g}_m - \vec{\bar{g}}_{m,p})^T \cdot X_p^T \cdot E^{-2} \cdot X_p \cdot (\vec{g}_m - \vec{\bar{g}}_{m,p}) = m \right.\right\} \tag{9}$$

where X_p is the matrix, built from the lower or upper bounds of intervals $[x_{i,k}^-, x_{i,k}^+], i=1,\ldots m, k=1,\ldots m$,

$\vec{\bar{g}}_{m,p} = X_p^{-1}\cdot\vec{\bar{X}}_{k+1}$ is the center of ellipsoid;

$$\vec{\bar{X}}_{k+1} = \left(0.5\cdot(x_{m,1}^- + x_{m,1}^+),\ldots,0.5\cdot(x_{m,m}^- + x_{m,m}^+)\right)^T;$$
$$E = diag\left\{0.5\cdot(x_{m,1}^+ - x_{m,1}^-),\ldots,0.5\cdot(x_{m,m}^+ - x_{m,m}^-)\right\}.$$

Formal estimation of solution of all system (8) can be written down as a union of m-dimensional ellipsoids (9)

$$Q_m(X_p) = \left\{\vec{g}_m \in R^m \left| (\vec{g}_m - \vec{\bar{g}}_{mp})^T \cdot X_p^T \cdot E^{-2} \cdot X_p \cdot (\vec{g}_m - \vec{\bar{g}}_{mp}) \le m \right.\right\} \tag{10}$$

Using the got solution (10), the m equation from the system of equations of dynamic system will have such kind:

$$[x_{m,k+1}^-; x_{m,k+k}^+] = [\min_{\vec{g}_m, q \in Q_m(X_p), X_p \in [X]} \vec{g}_m^T\cdot[\vec{x}_k^-, \vec{x}_k^+] + +q\cdot u; \max_{\vec{g}_m, q \in Q_m(X_p), X_p \in [X]} \vec{g}_m^T\cdot[\vec{x}_k^-, \vec{x}_k^+] + q\cdot u]$$

4. CONCLUSIONS

1. The analysis of task of interval parameter's identification of the discrete linear dynamic systems showed its similarity of task of parameter's identification of the static systems. Both tasks are erected to finding of solution of the interval system of the linear algebraic equations.

2. The method of interval identification on the basis of selection of the saturated block of experiment is offered. It is allow get the assured parameter's set of dynamic object as an aggregate of ellipsoids. For realization of the offered method algorithms and calculable procedures of interval parameter's identification of the static systems are suitable.