



ПОДХОД К ОПТИМАЛЬНОМУ РАСПРЕДЕЛЕНИЮ ЗАДАНИЙ В ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЕ

Юрич М.Ю.

Запорожский национальный технический университет,
ул. Жуковского 60, к.604, г. Запорожье, Украина, mashery@zntu.edu.ua

Резюме: в данной статье рассмотрены различные виды систем, в которых может возникнуть проблема балансировки нагрузки, и ее возможное разрешение, в зависимости от особенностей рассматриваемого вида системы. Также рассмотрен подход к постановке задачи оптимального распределения заданий в вычислительной системе, состоящей из компьютеров различной мощности и в которую поступают потоки заданий, суммарной длительностью различной друг от друга, опираясь на основные математические положения классической транспортной задачи, но учитывая при этом специфику задачи, что позволит в дальнейшем найти более эффективное решение для такого рода задач. Доказано, что задача распределения заданий в вычислительной системе может рассматриваться как модифицированная транспортная задача.

Ключевые слова: распределение заданий, вычислительная система, балансировка нагрузки, транспортная задача, оптимальное решение.

ВВЕДЕНИЕ

С увеличением размерности задач, требующих решения с помощью компьютерных систем, и постоянным ростом мощностей вычислительных систем возникла проблема балансировки их нагрузки. Данная проблема распределения заданий в вычислительной системе решается не первое десятилетие. Существуют различные методики нахождения таких решений [1] – [5], но, к сожалению, очень многие вопросы до сих пор остаются спорными. Одним из них является вопрос, каким именно образом распределять задания в вычислительной системе, чтоб распределение было наиболее эффективным? При этом очень важным является не только нахождение оптимального метода решения поставленной задачи, а для начала – корректной постановки задачи распределения заданий в вычислительной системе. В данной работе предпринята попытка ответить на этот вопрос путем рассмотрения проблемы распределения нагрузки в вычислительной системе как транспортной задачи, а именно предоставления конкретной ее (транспортной задачи) формулировки с точки зрения распределения заданий в вычислительной системе.

1. СИСТЕМЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАДАНИЙ

Постановка задачи распределения заданий в вычислительной системе во многом зависит не только от входных данных, но и от особенностей самой системы, в которой планируется производить распределение. Для того, чтобы выяснить, каким образом надо производить распределение заданий в системе, рассмотрим возможные следующие варианты систем и возможности оптимально распределить задания для каждого из рассмотренных вариантов. При этом, для всех случаев будем считать, что система состоит из n потоков задач и m компьютеров – узлов вычислительной системы.

Вариант 1. Если все задачи во всех потоках одинаковы по мощности, а компьютеры – разные. Тогда время выполнения одной задачи из i -го ($i = \overline{1, m}$) потока на j -м ($j = \overline{1, n}$) компьютере будет всегда одинаковым, т.е. все равно, из какого потока будет взята задача. Данная задача требует нахождения оптимального решения по времени лишь в том случае, когда существенно влияющим параметром является время перераспределения заданий, т.е. затраченное на пересылку заданий между компьютерами [6].

Вариант 2. Если задачи во всех потоках по

объему, а компьютеры по мощности одинаковы, то решение сводится просто к равномерному распределению заданий между компьютерами – все количество задач делится равномерно между всеми компьютерами системы.

Вариант 3. Если компьютеры по мощности одинаковые, а потоки задач разные по объему, тогда нельзя применять равномерную загрузку в системе, т.е. количество задач, распределенных на каждый компьютер должно быть разным. Необходимо применять некоторый алгоритм оптимизации распределения нагрузки в вычислительной системе.

Вариант 4. Если и компьютеры, и задания различные по мощности. Тогда логичным было бы на самый мощный компьютер распределить наиболее объемную задачу. Но поскольку количество компьютеров и количество задач разное, то данную задачу необходимо рассмотреть более подробно с точки зрения возникающих двух различных случаев:

1. Общее число подзадач меньше либо равняется числу компьютеров в системе.
2. Общее число подзадач намного больше числа компьютеров в системе. Тогда все задачи делятся на потоки, в каждом из которых подзадача (далее – задача или задание) имеет одинаковую длительность выполнения.

Задачи, которые было бы целесообразным решать на мощной вычислительной распределенной либо же параллельной системе, обычно не поступают ежесекундно или же ежеминутно. Такие задачи имеют так называемый “одноразовый” характер, поскольку возникают не так уж часто. Поэтому имеет смысл рассматривать систему в момент времени t и не связывать предыдущее распределение заданий (момент времени $t-1$) с загрузкой компьютеров вычислительной системы в момент времени t .

Следует отметить также следующий немаловажный момент, который касается обоих случаев. Каждая задача имеет свои ограничения по памяти. Во избежание различных ошибок и отказов в системе необходимо еще до того, как будут распределены задания, проверить их на выполнение условий ограничений. И все задачи, которые будут выходить за пределы существующей наиболее емкой памяти, автоматически будут отбрасываться на этом этапе, не доходя до этапа распределения.

Рассмотрим более конкретно выше обозначенный первый случай.

Пусть есть n задач длительностью решения C_i и m компьютеров, на которых должны быть решены задачи. Каждый из компьютеров имеет

свою мощность C_j .

Поскольку $n \leq m$, то логичным было бы выбрать компьютер для решения задачи прямо пропорционально. Т.е. необходимо, чтоб самой длительной задаче была предоставлена самая мощная машина. Таким образом, задача сводится к сортировке данных массива значений объемов задач и массива значений мощностей компьютеров вычислительной системы. Далее, работая с уже отсортированными массивами, отсылаем первую задачу из массива длительностей задач на первый компьютер, стоящий в массиве мощностей компьютеров вычислительной системы.

Данный подход к решению задачи оптимального распределения заданий в системе заставляет обратить особое внимание на алгоритм сортировки данных. Ведь именно оптимизация сортировки позволит намного сократить общее время решения всех задач, поступивших в систему.

Таким образом, для решения поставленной задачи в выше упомянутом ракурсе необходимо найти оптимальный алгоритм сортировки данных.

Применив такой оптимальный алгоритм сортировки, поставленная задача может считаться решенной.

Рассмотрим второй случай. Но для начала произведем некое оценивание для корректной постановки задачи. Обозначим мощность компьютера, по отношению к которому происходит оценка времени выполнения одной задачи, назовем основной мощностью (M_o). Тогда мощность компьютера, на котором может быть решена задача, назовем рабочей мощностью (M_p).

Время, за которое планируется выполнение задачи на компьютере с основной мощностью, назовем оценочным временем выполнения (T_{BO}).

Время, за которое будет выполнена задача на компьютере с рабочей мощностью, назовем временем выполнения задачи (T_B). Именно это значение и будет записано в матрицу стоимости C_{ij} при рассмотрении задачи распределения заданий в вычислительной системе (она будет более подробно рассмотрена в следующем разделе).

$$T_B = \frac{M_o}{M_p} \cdot T_{BO} \quad (1)$$

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАДАНИЙ В ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЕ

Поскольку целью данной работы является доказательство того, что задача распределения заданий в вычислительной системе является модифицированной транспортной задачей, то для начала необходимо рассмотреть постановку классической транспортной задачи.

Приведем постановку классической транспортной задачи, рассмотренную, к примеру, в [7].

Общая постановка транспортной задачи состоит в определении оптимального плана перевозок некоторого однородного груза из m пунктов отправления A_1, A_2, \dots, A_m в n пунктов назначения B_1, B_2, \dots, B_n . При этом в качестве критерия оптимальности обычно берется либо минимальная стоимость перевозок всего груза, либо минимальное время его доставки. Если рассмотреть транспортную задачу, в качестве критерия оптимальности которой взята минимальная стоимость перевозок всего груза. Тогда через c_{ij} обозначают тарифы перевозки единицы груза из i -го пункта отправления в j -й пункт назначения, через a_i – запасы груза в i -м пункте отправления, через b_j – потребности в грузе в j -м пункте назначения, а через x_{ij} – количество единиц груза, перевозимого из i -го пункта отправления в j -й пункт назначения. Тогда математически постановка задачи состоит в определении минимального значения функции

$$F = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} \cdot x_{ij} \quad (2)$$

при условиях

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, j = \overline{1, n}, \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, i = \overline{1, m}, \quad (4)$$

$$x_{ij} \geq 0 (i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}) \quad (5)$$

Поскольку переменные $x_{ij} (i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n})$ удовлетворяют системам линейных уравнений (3) и (4) и условию неотрицательности (5), обеспечиваются доставка необходимого

количества груза в каждый из пунктов назначения, вывоз имеющегося груза из всех пунктов отправления, а также исключаются обратные перевозки.

Всякое неотрицательное решение систем линейных уравнений (3) и (4), определяемое матрицей $X = (x_{ij}) (i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n})$, называют планом транспортной задачи.

План $X^* = (x_{ij}^*) (i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n})$, при котором функции (2) принимает свое минимальное значение, называется оптимальным планом транспортной задачи.

Обычно исходные данные транспортной задачи записывают в виде табл.1.

Таблица 1. Исходные данные транспортной задачи

Пункты отправления	Пункты назначения					Запасы
	B_1	...	B_j	...	B_n	
A_1	c_{11} x_{11}	...	c_{1j} x_{1j}	...	c_{1n} x_{1n}	a_1
...
A_i	c_{i1} x_{i1}	...	c_{ij} x_{ij}	...	c_{in} x_{in}	a_i
...
A_m	c_{m1} x_{m1}	...	c_{mj} x_{mj}	...	c_{mn} x_{mn}	a_m
Потребности	b_1	...	b_j	...	b_n	

Очевидно, общее наличие груза у поставщиков равно $\sum_{i=1}^m a_i$, а общая потребность в

грузе в пунктах назначения равна $\sum_{j=1}^n b_j$ единиц.

Если общая потребность в грузе в пунктах назначения равна запасу груза в пунктах отправления, т.е.

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j, \quad (6)$$

то модель такой транспортной задачи называется закрытой. Если же указанное условие не выполняется, то модель транспортной задачи называется открытой.

Для разрешимости транспортной задачи необходимо и достаточно, чтобы запасы груза в пунктах отправления были равны потребностям

в грузе в пунктах назначения, т.е. чтобы выполнялось равенство (6).

Теперь перейдем непосредственно к задаче о распределении заданий в вычислительной системе. С учетом всего выше описанного сформулируем задачу следующим образом. Пусть существуют задачи, которые необходимо решить с помощью вычислительной системы. Вычислительная система состоит из компьютеров, имеющих каждый свою рабочую мощность.

Разделим все задачи на минимально возможные параллельно решаемые подзадачи. Подзадачи (далее – задания или задачи) оцениваются. Задачи, которые предположительно решаются за одинаковое время, помещаются в один поток. Таким образом, получаем m потоков подзадач, каждый из которых содержит некоторое количество подзадач, равное значению a_i , ($i = \overline{1, m}$).

Для оптимального распределения заданий в системе необходимо знать, чему равны элементы в матрице x_{ij} , которую назовем матрицей плана. Значениями элементов матрицы x_{ij} будет количество задач, которое распределено для решения из i -го потока на j -м ($j = \overline{1, n}$) компьютере.

Таким образом, необходимо, чтоб

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} \cdot x_{ij} \rightarrow \min \quad (7)$$

Теперь представим эту же задачу в более конкретных расширенных рамках словесной формулировки и математических формул. Как указывалось уже в начале статьи, достижение нахождения наиболее эффективного решения зависит не только от выбора метода решения задачи, но во многом зависит и от представления этой задачи, а значит от самой формулировки постановки задачи.

В поставленной задаче требуется найти оптимальный план распределения некоторого множества задач из потоков, также занумерованных числами $1, 2, \dots, m$, на множество компьютеров, также занумерованных числами $1, 2, \dots, n$.

Общее количество задач поступающего i -го потока задано числом – a_i . Общее количество задач, которое будет решено на j -м компьютере при оптимальном разбиении m потоков задач между n компьютерами, задается числом b_j .

Обозначим планируемое количество задач из i -го потока для решения на j -м компьютере как x_{ij} . В этих условиях должны быть выполнены балансовые соотношения:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n x_{ij} &= a_i, i = \overline{1, 2, \dots, m} \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} &= b_j, j = \overline{1, 2, \dots, n} \end{aligned} \quad (8)$$

Для существования допустимого плана распределения должен выполняться общий баланс между количеством поступающих задач потоков и распределенных задач:

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j = D \quad (9)$$

При этом задачу называют сбалансированной [8].

Можно убедиться, например, что в сбалансированной задаче

$$x_{ij} = \frac{a_i \cdot b_j}{D} \quad (10)$$

являются допустимым вариантом распределения, то есть удовлетворяющим ограничениям (8).

Целью решения поставленной задачи является минимизация общего времени решения задач в вычислительной сети. Если предположить, что время решения одной задачи линейно зависит от мощности компьютера и характеризуется числами c_{ij} , где c_{ij} – время решения одной задачи из i -го потока на j -м компьютере, а x_{ij} – количество задач, то целевая функция в задаче принимает вид:

$$T(x) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} \cdot x_{ij} \quad (11)$$

и задача заключается в минимизации (11) при выполнении ограничений (8) и условия неотрицательности переменных x_{ij} :

$$x_{ij} \geq 0 (i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}). \quad (12)$$

Как видно из формул (8) – (12), поставленная задача, если учитывать только формулы, является прямым отображением классической

транспортной задачи с минимизацией затрат по стоимости. Но поскольку немаловажной является также и физическое значение формул, а точнее смысловая нагрузка, которую они несут в рамках рассматриваемой проблемы балансировки нагрузки вычислительной системы, то следует обратить внимание на следующее.

Данная постановка задачи имеет некоторые особенности, выступающие в задаче в роли ограничений.

Объясним, что означает оптимальное разбиение m потоков задач между n компьютерами. Пусть i -й поток содержит количество задач a_i ($i = \overline{1, m}$), длительностью решения каждой из них равной t_i .

Количество задач, решаемых на j -м компьютере равно b_j ($j = \overline{1, n}$), при этом суммарная длительность решаемых задач на j -м компьютере равна

$$t_j = \left[\frac{\sum_{i=1}^m t_i \cdot a_i}{n} \right] \quad (13)$$

или

$$t_j = \left[\frac{\sum_{i=1}^m t_i \cdot a_i}{n} \right] + 1, \quad (14)$$

что означает следующее. Если в результате суммы произведения количества задач из каждого потока на длительность одной задачи в этом потоке, деленной на количество компьютеров вычислительной системы, получаем целое значение, то применяем формулу (13). В противном случае, используем формулу (14) для числа компьютеров, равного остатку от деления суммы количества задач из каждого потока, умноженного на длительность одной задачи в этом потоке, на количество компьютеров вычислительной системы, а для оставшегося числа компьютеров используем формулу (13). Таким образом, значения суммарной длительности решаемых задач на каждом из компьютеров вычислительной системы не будут отличаться более, чем на единицу.

Отсюда имеем следующее дополнительное граничное условие, вытекающее из особенностей

задачи и обеспечивающее оптимальность распределения задач:

$$\sum_{i=1}^m t_i = \sum_{j=1}^n t_j \quad (15)$$

Исходя из математической модели задачи оптимального распределения заданий в вычислительной системе и с учетом всех ее ограничений, построим графическую модель предложенной постановки задачи, изображенную на рис.1.

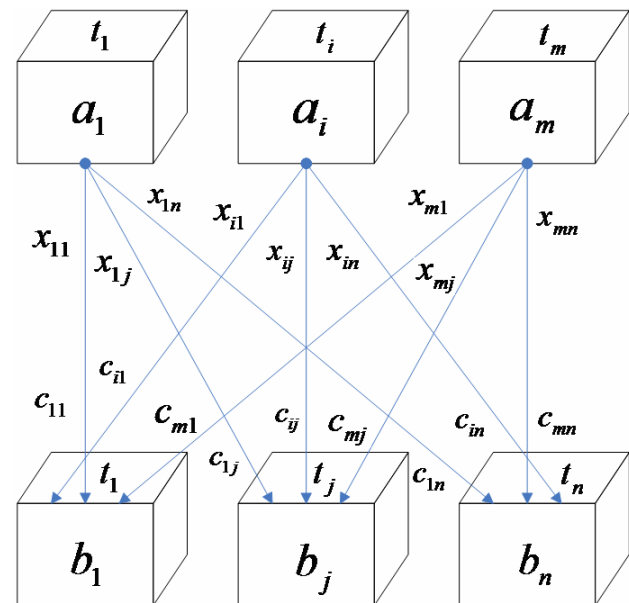


Рис.1 – Графическое отображение задачи распределения заданий в вычислительной системе.

Таким образом, построена математическая модель задачи оптимального распределения заданий в вычислительной системе, описанная формулами (8) – (15) и графическая модель, изображенная на рис.1.

3. ВЫВОДЫ

В результате исследования проблемы балансировки нагрузки вычислительной системы сделан вывод, что данную задачу можно рассматривать, как модификацию классической транспортной задачи с минимизацией по стоимости, а именно, как классическую транспортную задачу с минимизацией по стоимости, но с учетом ограничений, возникших из специфики задачи. Обоснование такого утверждения дает возможность искать новые методы решения проблемы оптимального распределения заданий в вычислительной системе, опираясь на уже существующее множество методов решения классической

транспортной задачи.

4. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Никифоров Ю.В. Оптимальное управление вычислениями в распределенных вычислительных системах на основе графа потоков. *Универсальная база знаний, созданная Сервером российского студенчества* – <http://www.students.ru>.
- [2] Алгулиев Р.М., Алыгулиев Р.М., Алекперов Р.К. Подход к оптимальному назначению заданий в распределенной системе, *Проблемы управления и информатики* (5) (2004). с. 140 – 145.
- [3] Роганов В.А., Слепухин А.Ф., Афонин С.А., Семинар “Проблемы современных информационно–вычислительных систем”, 11.04.2000.
- [4] Пискун А.С. Диспетчер распределенной системы параллельных вычислений на основе генетического алгоритма, Сборник тезисов VIII международной научно–практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых САИТ–2006.
- [5] Технологии грид. Том 1. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 2006, – 380 с.: ил.
- [6] M. Yurich. An Optimal Distribution of Tasks in Parallel Computing System. Proceedings of the International Conference “Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science (TCSET’2008)”, Lviv–

Slavsko, Ukraine 19–23 February 2008, pp.585–587.

- [7] И.Л. Акулич. Математическое программирование в примерах и задачах: Учеб. пособие для студентов эконом. спец. вузов. М.: Высшая школа, 1986. 319 с., ил.
- [8] В. Фролькис. *Введение в теорию и методы оптимизации для экономистов*. 2-е изд. - СПб: Питер, 2002. - 320 с.



Юрич Мария Юрьевна, родилась 12 декабря 1983 г. в г. Никополь. В 2006 г. получила диплом магистра по специальности “Специализированные компьютерные системы” в Запорожском национальном техническом университете (г. Запорожье). В октябре 2006 г. получила диплом о втором высшем образовании по специальности “Финансы” в этом же университете. С 2006 г. работаю ассистентом и являюсь аспирантом первого курса (на данный момент) кафедры “Компьютерные системы и сети”.

Научные интересы: нейронные сети и искусственный интеллект, дискретная математика, компьютерные технологии, моделирование, психология.



THE APPROACH TO OPTIMAL DISTRIBUTION OF TASKS IN THE COMPUTING SYSTEM

Mary Yurich

Zaporizhzhya National Technical University,
 60 Zhukovsky street, apt. 604, Zaporizhzhya, Ukraine, mashery@zntu.edu.ua

Abstract: *in given article the approach to statement of a problem of optimal distribution of tasks in the computing system consisting of computers of various capacity and streams of tasks with different total duration various, leaning on the basic mathematical positions of a classical transport problem is considered, but considering thus specificity of a problem that will allow to find further more effective decision for such problems. It is proved, that the problem of distribution of tasks in the computing system can be considered as the modified transport problem.*

Keywords: *distribution of tasks, the computing system, loading balancing, a transport problem, the optimal decision.*

INTRODUCTION

With increase in dimension of the problems demanding the decision by means of computer systems, and constant growth of capacities of computing systems there was a problem of balancing of their loading. The given problem of distribution of tasks in the computing system dares not the first decade. There are various techniques of a finding of such decisions [1] - [5], but, unfortunately, very many questions remain till now disputable.

One of them is the question, how to distribute tasks in the computing system that distribution was the most effective? Thus very important is not only a finding of an optimal method of the decision of the task, and to begin with - correct statement of a problem of distribution of tasks in the computing system. In the given job attempt to answer this question by consideration of a problem of distribution of loading in the computing system as transport problem.

1. STATEMENT OF THE PROBLEM OF DISTRIBUTION OF TASKS IN THE COMPUTING SYSTEM

Let's consider the system, if both computers, and tasks various on capacity. Then logical would be to distribute on the most powerful computer the most volume problem. But to begin with we will make certain оценивание for correct statement of a problem. We will designate capacity of the computer in relation to which there is an estimation of execution time of one problem, we will name the

basic capacity (M_o). Then capacity of the computer on which the problem can be solved, we will name working capacity (M_p).

Time for which task performance on the computer with the basic capacity is planned, we will name estimated execution time (T_{BO}).

Time for which the task on the computer with working capacity will be executed, we will name task execution time (T_B). This value also will be written down in a matrix of cost c_{ij} by consideration of a problem of distribution of tasks in the computing system (it will be in more details considered in following section).

$$T_B = \frac{M_o}{M_p} \cdot T_{BO} \quad (1)$$

Now we will pass directly to a problem about distribution of tasks in the computing system. We will formulate a problem as follows. Let there are tasks which are necessary for solving by the computing system. The computing system consists of the computers having each working capacity.

Let's divide all tasks into is minimum possible in parallel solved subtasks. Subtasks (further - tasks) are estimated. Tasks which presumably dare for identical time, are located in one stream. Thus, we receive m streams of subtasks, each of which contains the quantity of subtasks equal to value a_i ,

$(i = \overline{1, m})$.

It is required to find the optimal plan of distribution of some set of problems in a task in view from the streams also numbered by numbers $1, 2, \dots, m$, on set of the computers also numbered by numbers $1, 2, \dots, n$.

The total of tasks arriving stream i is set by number a_i . The Total of problems which will be solved on the computer j at optimal splitting m streams of tasks between n computers, is set by number b_j .

Let's designate planned number of tasks from stream i for the decision on computer j as x_{ij} . In these conditions balance parities should be executed:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n x_{ij} &= a_i, i = 1, 2, \dots, m \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} &= b_j, j = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (2)$$

The purpose of the decision of the task is minimisation of general time of the decision of tasks in the computer network. If to assume, that time of the decision of one problem linearly depends on capacity of the computer and is characterised by numbers c_{ij} , where c_{ij} is time of the decision of one problem from stream i on computer j , and x_{ij} is number of problems criterion function in a problem becomes:

$$T(x) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} \cdot x_{ij} \quad (3)$$

And the problem consists in minimisation (3) at performance of restrictions (2) and conditions if x_{ij} is not negative:

$$x_{ij} \geq 0 (i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}). \quad (4)$$

Apparently from formulas (2) - (4), the task if to consider only formulas, is direct display of a classical transport problem with minimisation of expenses at cost. But the given statement of a problem has some features acting in a problem in a role of restrictions.

2. CONCLUSIONS

As a result of research of a problem of balancing of loading of the computing system the conclusion is

drawn, that the given problem can be considered, how updating of a classical transport problem with minimisation at cost, namely, as a classical transport problem with minimisation at cost, but taking into account the restrictions which have arisen from specificity of a problem. The substantiation of such statement gives the chance to search for new methods of the decision of a problem of optimal distribution of tasks in the computing system, leaning on already existing set of methods of the decision of a classical transport problem.

3. REFERENCES

- [1] Nikiforov Yu.V. Optimal Management by Calculations in Distributed Computing Systems on the Base of Stream Graph. *Universal Knowledge Base, created by the server of Russian Students* – <http://www.students.ru>. (in Russian).
- [2] Alguliev R.M., Alyguliev R.M., Alekperov R.K. Approach to Optimal Tasks Appointing in Distributed System, *Problems of Control and Informatics* (5) (2004). – pp. 140-145. (in Russian).
- [3] Roganov V.A., Slepukhiv A.F., Afonin S.A. Resources distribution in clusters, Seminar “Problems of Modern Information-Computing Systems”, 11.04.2000. (in Russian).
- [4] Piskun A.S. Controller of Distributed System of Parallel Computing on the Base of Genetic Algorithm, *Proceedings of VIII International conference of students, postgraduate students and young researchers SAIT-2006*. (in Russian).
- [5] *GRID Technologies*, Vol. 1. – Moscow: IPM named by M.V. Keldysh, 2006, – 380 p. (in Russian).