computing@computingonline.net
www.computingonline.net

ISSN 1727-6209
International Journal of Computing

ІНТЕГРУВАННЯ ЛОГІКО-ЧАСОВИХ ФУНКЦІЙ В ПРОЦЕСІ ОБРОБКИ ЗОБРАЖЕНЬ

В.П.Кожем'яко, Н.В.Сачанюк-Кавецька, Л.О.Волонтир

Вінницький національний технічний університет
95, Хмельницьке шосе, м. Вінниця, 21021, Україна
Тел: (+380) (432) 511631, Факс: (+380) (432) 433375
E-mail: kvp@vstu.vinnica.ua

Резюме: *В статті розглядаються питання визначення операції інтегрування та знаходження первісної логіко-часових функцій, властивості інтегрування бінарних зображень для підвищення ефективності око-процесорної обробки зображень та можливості перетворення аналогового сигналу в дискретний кількісний вираз.*

Ключові слова: *око-процесор, логіко-часова функція (ЛЧФ), первісна, інтеграл, бінарне зображення, проміжок існування.*

ВСТУП

Сучасний етап розвитку обчислювальної техніки характерний розробкою і створенням комп'ютерів нового покоління, теоретичною основою яких є штучний інтелект.

Радикальним шляхом підвищення продуктивності розпізнавання образів та обробки зображень є здійснення цього в паралельних оптико-електронних структурах систолічного типу [1,2]

У способі око-процесорного розпізнавання зображень з виділенням ознак паралельно проектують зображення та перетворюють всі параметри об'єкта у логіко-часові функції (ЛЧФ). Обробка отриманої системи ЛЧФ відбувається одночасно по кількісним та якісним каналам. При цьому в каналах якісної обробки з ЛЧФ синтезують відповідні ознаки об'єкта, а в каналах кількісної обробки з ЛЧФ формують комутаційні коди ознак. Попередньо систематизувавши достатню кількість якісних показників, що спроможні забезпечити необхідну достовірність визначення типу зображення, можна ідентифікувати об'єкт за допомогою спеціальної характеристичної функції, введеної проф. Кожем'яко В.П. [3]. Ідентифікація об'єкта відбувається шляхом порівняння вказаної характеристичної функції з еталонами, що накоплені у базі знань. Для формування характеристичної функції скористаємося запропонованою авторами формулою [3,4]

$$F_л = \int_m F_i w_i = \int_m \left(a_i \mathop{\Uparrow}_{j=1}^{m} p_j \right) w_i \qquad (1)$$

де $F_л$ - характеристична функція (узагальнена результативна інтегральна ЛЧФ);

a_i - інформація, що міститься в i-му визначнику;

$\mathop{\Uparrow}_{j=1}^{m}$ - оператор впливу визначників;

m - кількість отриманих функцій;

p_j - змінна, що характеризує фізичний зміст функції, яка несе в собі кількісно-якісну інформацію;

w_i - вагові коефіцієнти функцій систем визначників;

$\int_m$ - оператор узагальненого інтегрування кількісного результату паралельних вхідних змінних з визначенням фізичних розмірностей та неявно виражених визначників.

Знаходження характеристичної функції в аналітичному вигляді потребує, згідно класичної математики, початкового визначення поняття похідної ЛЧФ та відповідно операції диференціювання, яка є первинною по відношенню до операції інтегрування. Похідна ЛЧФ к-значної логіки - це к-значна логіко-часова функція, що дорівнює приросту функції на *i* -му проміжку Δ-розбиття, якщо вихідна k - значна ЛЧФ приймала різні значення на *i-1* *i* -му проміжках. У протилежному випадку похідна дорівнює нулю.

Зауважимо, що згідно з визначенням інтегралу класичної математики:

$$F'(x) = f(x)$$

де $F'(x)$– первісна, $f(x)$–підінтегральна функція.

Для спрощення аналітичного опису первісної ЛЧФ будемо використовувати позначення класичної математики. Припустимо маємо деяку ЛЧФ к-значної логіки

$$f(t,\ t_1,\ \ldots,\ t_m,\ T_1,\ldots,T_m,\ a_1,\ldots,a_m) \qquad (2)$$

де $t_1,\ \ldots,\ t_m$ - часові координати;
$T_1,\ldots,T_m$ - відповідні відрізки існування;
$a_1,\ldots,a_m$ - амплітуди, що відповідають даним відрізкам існування.

Розглянемо характеристичну функцію як логічну функцію, точніше як логіко-часову функцію. Для визначення загального вигляду первісної скористаємося введеним поняттям Δ-розбиття [1,3].

Визначення. Інтегралом або первісною ЛЧФ називається така ЛЧФ $F(t,\ t_1,\ \ldots,\ t_m,\ T_1,\ldots,T_m,\ a_1,\ldots,a_m)$, для якої виконується рівність:

$$F'(t,\ t_1,\ \ldots,\ t_m,\ T_1,\ldots,T_m,\ a_1,\ldots,a_m) = \\ = f(t,\ t_1,\ \ldots,\ t_m,\ T_1,\ldots,T_m,\ a_1,\ldots,a_m) \qquad (3)$$

Тоді аналітичний вигляд первісної вказаної функції визначається нижче поданим чином [6].

Збільшимо дискретизацію Δ інтервалів: кожен інтервал Δ_i розіб'ємо на два. Отримаємо інтервал $\Delta_i' = \Delta_i/2$. Кількість таких інтервалів буде $n'=2n$.

$$F(t,t_1,\ldots t_m,T_1,\ldots T_m,a_1,\ldots a_m)=$$
$$=\begin{cases} (t-(t_k+p\cdot\Delta_i))a_k, & t_k+2p\Delta_i'<t\le t_k+(2p+1)\Delta_i',\ p\text{–порядковий} \\ & \text{номер}\ \Delta\text{–інтервалу}\ k=\overline{1,m} \quad p=\overline{0,\frac{T_1}{\Delta_i}-1} \\ 0, & t\le t_k\ \wedge\ t>t_k+T_k\ \wedge\ t_k+(2p+1)\Delta_i'\le t<t_k+(2p+2)\Delta_i' \end{cases}$$

У випадку двійкової логіки формула дещо спроститься, оскільки амплітуди можуть приймати нульове або одиничне значення.

- функція має один проміжок існування:

1). $T_1=\Delta_i$ ($T_1=2\Delta_i'$)

$$F(t,t_1,T_1)=\begin{cases} t-t_1, & t_1<t\le t_1+\Delta_i' \\ 0, & t\le t_1\ \wedge\ t>t_1+\Delta_i' \end{cases} \qquad (4)$$

2). $T_1\neq\Delta_i$ ($T_1\neq 2\Delta_i'$)

$$F(t,t_1,T_1)=$$
$$=\begin{cases} t-(t_1+p\cdot\Delta_1), & t_1+2p\Delta_i'<t\le t_1+(2p+1)\Delta_i',\ p\text{–порядковий} \\ & \text{номер}\Delta\text{–інтервалу} \quad p=\overline{0,\frac{T_1}{\Delta_1}-1} \\ 0, & t\le t_1\ \wedge\ t>t_1+T_1\ \wedge\ t_1+(2p+1)\Delta_i'\le t<t_1+(2p+2)\Delta_i' \end{cases} \qquad (5)$$

Первісну довільної ЛЧФ можна зобразити графічно (рис.1)

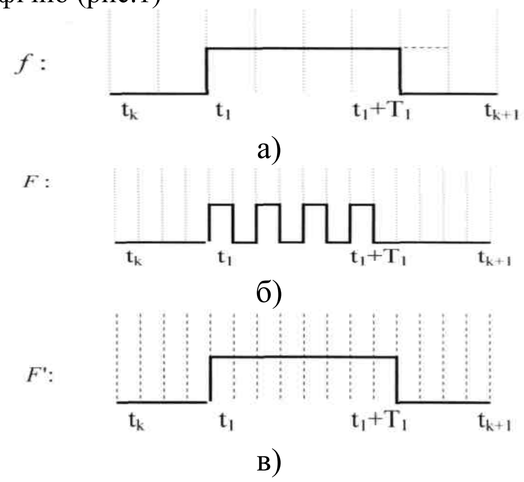


Рис. 1 – Графічне знаходження первісної: а) підінтегральна ЛЧФ ; б) її первісна ЛЧФ; в) похідна від первісної ЛЧФ.

- функція має m–проміжків існування:

$T_i\neq\Delta_i$ ($T_i\neq 2\Delta_i'$), $i=\overline{1,m}$.

$$F(t,t_1,\ldots t_m,T_1,\ldots T_m)=$$
$$=\begin{cases} (t-(t_k+p\cdot\Delta_i)), & t_k+2p\Delta_i'<t\le t_k+(2p+1)\Delta_i',\ p\text{–порядковий} \\ & \text{номер}\ \Delta\text{–інтервалу}\ k=\overline{1,m} \quad p=\overline{0,\frac{T_1}{\Delta_i}-1} \\ 0, & t\le t_k\ \wedge\ t>t_k+T_k\ \wedge\ t_k+(2p+1)\Delta_i'\le t<t_k+(2p+2)\Delta_i' \end{cases} \qquad (6)$$

Оскільки для визначення первісної ЛЧФ суттєвим є лише її попереднє значення, то для спрощення розуміння означення первісної ЛЧФ будемо вважати, що значення ЛЧФ на першому інтервалі Δ-розбиття співпадає з попереднім значенням.

Визначення. Операція знаходження первісної ЛЧФ називається інтегруванням ЛЧФ.

Розглянемо властивості даної операції.

Властивість 1. Інтеграл логіко-часової функції є міра площі

Властивість 2. Якщо для ЛЧФ $f_1(t,t_1,T_1)$ та $f_2(t,t_2,T_2)$ $T_1>T_2$, то $\int f_1(t,t_1,T_1)dt > \int f_2(t,t_2,T_2)$.

1. ВЛАСТИВОСТІ ІНТЕГРУВАННЯ БІНАРНИХ ЗОБРАЖЕНЬ

Теорема 1. Первісна від суми по модулю два ЛЧФ дорівнює сумі по модулю два первісних ЛЧФ.

Доведення.

Доведемо дану теорему методом повної математичної індукції. Розглянемо спочатку випадок знаходження похідної від суми по модулю два двох ЛЧФ, причому кожна з цих функцій містить лише один відрізок існування і відповідні часові координати не співпадають (для простоти вважаємо, що $t_1<t_2$):

$$f_1(t,t_1,T_1)=\begin{cases} t-t_1, якщо & t_1<t\le t_1+T_1 \\ 0, \quad якщо & (t\le t_1)\wedge(t>t_1+T_1) \end{cases} \tag{7}$$

$$f_2(t,t_2,T_2)=\begin{cases} t-t_2, якщо & t_2<t\le t_2+T_2 \\ 0, \quad якщо & (t\le t_2)\wedge(t>t_2+T_2) \end{cases} \tag{8}$$

Нехай $T_1=T_2=\Delta_i$. Тоді ЛЧФ (7) та (8) матимуть вигляд:

$$f_1(t,t_1,\Delta_i)=\begin{cases} t-t_1, якщо & t_1<t\le t_1+\Delta_i \\ 0, \quad якщо & (t\le t_1)\wedge(t>t_1+\Delta_i) \end{cases} \tag{9}$$

$$f_2(t,t_2,\Delta_i)=\begin{cases} t-t_2, якщо & t_2<t\le t_2+\Delta_i \\ 0, \quad якщо & (t\le t_2)\wedge(t>t_2+\Delta_i) \end{cases} \tag{10}$$

Підсумуємо ЛЧФ (9) та (10) за модулем два, отримаємо:

$$f_1(t,t_1,\Delta_i)\oplus f_2(t,t_2,\Delta_i)= =\begin{cases} t-t_1, \quad якщо \quad t_1<t\le t_1+\Delta_i \\ t-t_2, \quad якщо \quad t_2<t\le t_2+\Delta_i \\ 0, \quad якщо \quad (t\le t_1)\wedge(t_2+\Delta_i<t\le t_2)\wedge(t>t_2+\Delta_i) \end{cases} \tag{11}$$

Збільшимо дискретизацію Δ інтервалів: кожен інтервал Δ_i розіб'ємо на два. Отримаємо інтервал Δ_i' $=\Delta_i/2$. кількість таких інтервалів буде $n'=2n$.

Знайдемо первісну ЛЧФ функції (11):

$$\int f_1(t,t_1,\Delta_i)\oplus f_2(t,t_2,\Delta_i)= =\begin{cases} t-t_1, \quad якщо \quad t_1<t\le t_1+\Delta_i' \\ t-t_2, \quad якщо \quad t_2<t\le t_2+\Delta_i' \\ 0, \quad якщо \quad (t\le t_1)\wedge(t_1+\Delta_i'<t\le t_2)\wedge(t_2>t_2+\Delta_i') \end{cases} \tag{12}$$

Обчислимо первісні функцій (9) та (10):

$$F_1(t,t_1,\Delta_i)=\begin{cases} t-t_1, \quad t_1<t\le t_1+\Delta_i' \\ 0, \quad t\le t_1 \quad\wedge\quad t>t_1+\Delta_i' \end{cases} \tag{13}$$

$$F_2(t,t_2,\Delta_i)=\begin{cases} t-t_2, \quad t_2<t\le t_2+\Delta_i' \\ 0, \quad t\le t_2 \quad\wedge\quad t>t_2+\Delta_i' \end{cases} \tag{14}$$

Знайдемо суму по модулю два первісних (13) та (14):

$$F_1(t,t_1,\Delta_i)\oplus F_2(t,t_2,\Delta_i)= =\begin{cases} t-t_1, \quad якщо \quad t_1<t\le t_1+\Delta_i' \\ t-t_2, \quad якщо \quad t_2<t\le t_2+\Delta_i' \\ 0, \quad якщо \quad (t\le t_1)\wedge(t_1+\Delta_i'<t\le t_2)\wedge(t_2>t_2+\Delta_i') \end{cases} \tag{15}$$

Праві частини рівностей (11) та (15) рівні між собою, а отже рівні і ліві частини, тобто:

$$\int f_1(t,t_1,\Delta_i)\oplus f(t,t_1,\Delta_i)=\int f_1(t,t_1,\Delta_i)+\int f_2(t,t_2,\Delta_i) \tag{16}$$

Розглянемо граничний випадок, для якого відрізки існування ЛЧФ (7) та (8) різні та відмінні від Δ-інтервалу, тобто $T_1\neq T_2\neq\Delta_i$; часові координати функцій (7) та (8) не співпадають.

Знайдемо суму по модулю два ЛЧФ (7) та (8)

$$f_1(t,t_1,T_1)\oplus f_2(t,t_2,T_2)= =\begin{cases} t-t_1, \quad якщо \quad t_1<t\le t_1+T_1 \\ t-t_2, \quad якщо \quad t_2<t\le t_2+T_2 \\ 0, \quad якщо \quad (t\le t_1)\wedge(t_2+T_1<t\le t_2)\wedge(t>t_2+T_2) \end{cases} \tag{17}$$

Та первісну ЛЧФ (17)

$$\int f_1(t,t_1,T_1)\oplus f_2(t,t_2,T_2)= =\begin{cases} t-(t_1+p\Delta_i), \quad якщо \quad t_1+2p\Delta_i'<t\le t_1+(2p+1)\Delta_i', \quad p=\overline{0,\frac{T_1}{\Delta_i}-1} \\ t-(t_2+k\Delta_i), \quad якщо \quad t_2+2k\Delta_i'<t\le t_2+(2k+1)\Delta_i', \quad k=\overline{0,\frac{T_2}{\Delta_i}-1} \\ 0, \quad якщо \quad \begin{matrix} (t\le t_1) \quad\wedge\quad (t_1+(2p+1)\Delta_i'<t\le t_1+(2p+2)\Delta_i' \quad\wedge \\ \wedge(t_1+(2k+1)\Delta_i'<t\le t_1+(2k+2)\Delta_i')\wedge(t>t_2+T_2) \end{matrix} \end{cases} \tag{18}$$

Визначимо первісні функцій (7) та (8) як

$$F(t,t_1,T_1)= =\begin{cases} t-(t_1+p\cdot\Delta_i), \quad t_1+2p\Delta_i'<t\le t_1+(2p+1)\Delta_i', \quad p-порядковий \\ \qquad номер\Delta-інтервалу \qquad p=\overline{0,\frac{T_1}{\Delta_i}-1} \\ 0, \qquad t\le t_1 \quad\wedge\quad t>t_1+T_1 \quad\wedge\quad t_1+(2p+1)\Delta_i'\le t<t_1+(2p+2)\Delta_i' \end{cases} \tag{19}$$

$$F(t,t_2,T_2)= =\begin{cases} t-(t_2+k\cdot\Delta_i), \quad t_2+k\Delta_i'<t\le t_2+(2k+1)\Delta_i', \quad k-порядковий \\ \qquad номер\Delta-інтервалу \qquad k=\overline{0,\frac{T_2}{\Delta_i}-1} \\ 0, \qquad t\le t_2 \quad\wedge\quad t>t_2+T_2 \quad\wedge\quad t_2+(2k+1)\Delta_i'\le t<t_2+(2k+2)\Delta_i' \end{cases} \tag{20}$$

Та суму по модулю два (1.13) та (1.14) як

$$F(t,t_1,T_1)\oplus F_2(t,t_2,T_2)=$$
$$=\begin{cases} t-(t_1+p\Delta_i), & якщо\ t_1+2p\Delta_i^{'}<t\le t_1+(2p+1)\Delta_i^{'},\quad p=0,\overline{\frac{T_1}{\Delta_i}-1} \\ t-(t_2+k\Delta_i), & якщо\ t_2+2k\Delta_i^{'}<t\le t_2+(2k+1)\Delta_i^{'},\quad k=0,\overline{\frac{T_2}{\Delta_i}-1} \\ 0, & якщо\ \begin{array}{l}(t\le t_1)\ \wedge\ (t_1+(2p+1)\Delta_i^{'}<t\le t_1+(2p+2)\Delta_i^{'}\ \wedge \\ \wedge(t_1+(2k+1)\Delta_i^{'}<t\le t_1+(2k+2)\Delta_i^{'})\wedge(t>t_2+T_2)\end{array} \end{cases} \quad (21)$$

Для даного граничного випадку, враховуючи рівності (18) та (21), теорема має місце.

На рис.2 графічно представлено первісні ЛЧФ, що відповідають розглянутому випадку: суму по модулю два даних ЛЧФ і первісну цієї суми а також ЛЧФ, отриману як суму по модулю два первісних ЛЧФ.

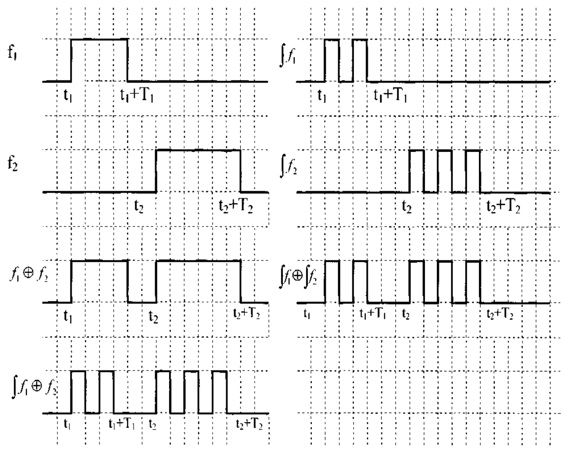


Рис. 2 – Варіант обчислення первісної від суми по модулю два та суми по модулю два первісних ЛЧФ для випадку $T_i \neq \Delta_i$.

У випадку, коли відрізки існування для двох ЛЧФ частково співпадають в часі ($T_1 \neq T_2 \neq \Delta_i$), маємо чотири можливих граничних випадки, що зображені на рис. 3.

Для варіантів, зображених на рис. 3. а-б, сума по модулю два функцій (7) та (8) знаходиться як

$$f_1(t,t_1,T_1)\oplus f_2(t,t_2,T_2)=$$
$$=\begin{cases} t-t_m, & якщо\ \ t_m<t\le t_j \\ t-(t_m+T_m), & якщо\ \ t_m+T_m<t\le t_j+T_j \\ 0, якщо\ (t\le t_m)\ \wedge\ (t_j<t\le t_m+T_m)\ \wedge\ (t>t_j+T_j) & \end{cases} \quad (22)$$

де $t_m=\min\{t_1, t_2\}$;

$T_т$- відповідна часовій координаті $t_т$ тривалість відрізку існування;

$t_j=тах\{t_1, t_2\}$;

T_j - відповідна часовій координаті t_j тривалість відрізку існування.

Для випадку, зображеного на рис. 3. в-г, сума по модулю два ЛЧФ (7) та (8) має вигляд:

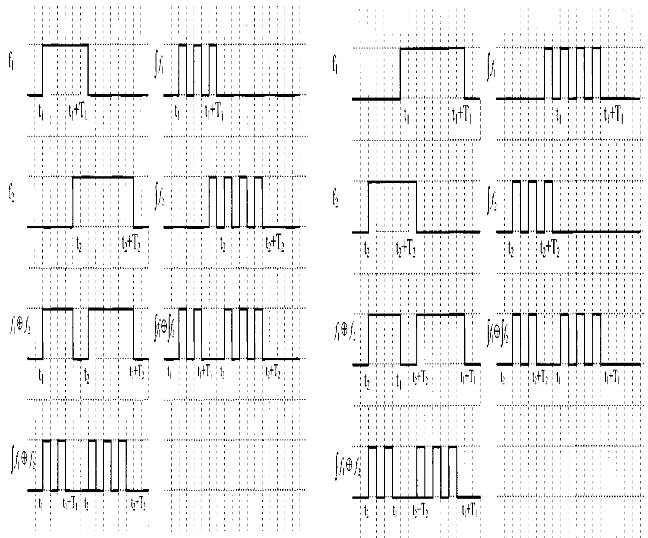
$$f_1(t,t_1,T_1)\oplus f_2(t,t_2,T_2)=$$
$$=\begin{cases} t-t_m, & якщо\ \ t_m<t\le t_j \\ t-(t_j+T_j), & якщо\ \ t_j+T_j<t\le t_m+T_m \\ 0, якщо\ (t\le t_m)\ \wedge\ (t_j<t\le t_j+T_j)\ \wedge\ (t>t_m+T_m) & \end{cases} \quad (23)$$

де $t_m=min\{t_1, t_2\}$;

T_m- відповідна часовій координаті t_m тривалість відрізку існування;

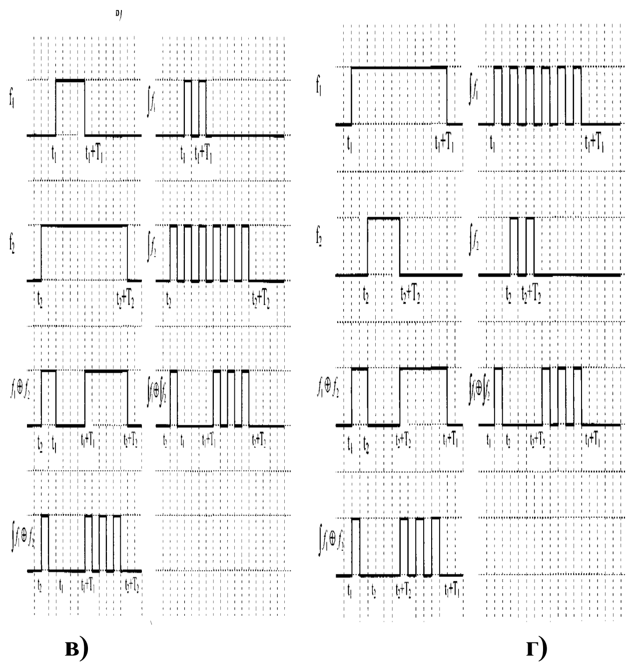
$t_j=max\{t_1, t_2\}$;

T_j - відповідна часовій координаті t_j тривалість відрізку існування.



а) б)

Рис. 3 – а,б. Можливі варіанти часткового співпадання одиничних імпульсів в часі та графічне знаходження суми по модулю два первісних ЛЧФ (а,б).



в) г)

Рис. 3 – в,г. Можливі варіанти часткового співпадання одиничних імпульсів в часі та графічне знаходження суми по модулю два первісних ЛЧФ (в,г).

Визначимо первісну функції (22) (рис. 1.3 а-б):

$$\int f_1(t,t_1,T_1)\oplus f_2(t,t_2,T_2)=$$
$$=\begin{cases} t-(t_m+p\Delta_i), \ \text{якщо}\ t_m+2p\Delta_i'<t\le t_m+(2p+1)\Delta_i', \ \ p=\overline{0,\frac{|t_j-t_m|}{\Delta_i}-1} \\ t-(t_m+T_m+k\Delta_i), \ \text{якщо}\ \begin{matrix}(t_m+T_m)+2k\Delta_i'<t\le(t_m+T_m)+(2k+1)\Delta_i', \\ k=\overline{0,\frac{|(t_j+T_j)-(t_m+T_m)|}{\Delta_i}-1}\end{matrix} \\ 0, \ \text{якщо}\ \begin{matrix}(t\le t_m)\ \wedge\ (t_m+(2p+1)\Delta_i'<t\le t_m+(2p+2)\Delta_i' \ \ \wedge \\ \wedge((t_m+T_m)+(2k+1)\Delta_i'<t\le(t_m+T_m)+(2k+2)\Delta_i')\wedge(t>t_j+T_j)\end{matrix}\end{cases} \tag{24}$$

Та первісну функції (23) (рис.1.3 в-г):

$$\int f_1(t,t_1,T_1)\oplus f_2(t,t_2,T_2)=$$
$$=\begin{cases} t-(t_m+p\Delta_i), \ \text{якщо}\ t_m+2p\Delta_i'<t\le t_m+(2p+1)\Delta_i', \ \ p=\overline{0,\frac{|t_j-t_m|}{\Delta_i}-1} \\ t-(t_j+T_j+k\Delta_i), \ \begin{matrix}\text{якщо}\ (t_j+T_j)+2k\Delta_i'<t\le(t_j+T_j)+(2k+1)\Delta_i', \\ k=\overline{0,\frac{|(t_j+T_j)-(t_m+T_m)|}{\Delta_i}-1}\end{matrix} \\ 0, \ \text{якщо}\ \begin{matrix}(t\le t_m)\ \wedge\ (t_m+(2p+1)\Delta_i'<t\le t_m+(2p+2)\Delta_i' \ \ \wedge \\ \wedge((t_j+T_j)+(2k+1)\Delta_i'<t\le(t_j+T_j)+(2k+2)\Delta_i')\wedge(t>t_m+T_m)\end{matrix}\end{cases} \tag{25}$$

Первісні ЛЧФ (7) та (8) аналітично представляються рівностями (19) та (20).

Знайдемо суму по модулю два первісних ЛЧФ для першого випадку як

$$\int f_1(t,t_1,T_1)\oplus f_2(t,t_2,T_2)=$$
$$=\begin{cases} t-(t_m+p\Delta_i), \ \text{якщо}\ t_m+2p\Delta_i'<t\le t_m+(2p+1)\Delta_i', \ \ p=\overline{0,\frac{|t_j-t_m|}{\Delta_i}-1} \\ t-(t_m+T_m+k\Delta_i), \ \text{якщо}\ (t_m+T_m)+2k\Delta_i'<t\le(t_m+T_m)+(2k+1)\Delta_i', \ \ k=\overline{0,\frac{|(t_j+T_j)-(t_m+T_m)|}{\Delta_i}-1} \\ 0, \ \text{якщо}\ \begin{matrix}(t\le t_m)\ \wedge\ (t_m+(2p+1)\Delta_i'<t\le t_m+(2p+2)\Delta_i' \ \ \wedge \\ \wedge((t_m+T_m)+(2k+1)\Delta_i'<t\le(t_m+T_m)+(2k+2)\Delta_i')\wedge(t>t_j+T_j)\end{matrix}\end{cases} \tag{26}$$

та суму по модулю два первісних ЛЧФ для другого випадку як

$$\int f_1(t,t_1,T_1)\oplus f_2(t,t_2,T_2)=$$
$$=\begin{cases} t-(t_m+p\Delta_i), \ \text{якщо}\ t_m+2p\Delta_i'<t\le t_m+(2p+1)\Delta_i', \ \ p=\overline{0,\frac{|t_j-t_m|}{\Delta_i}-1} \\ t-(t_j+T_j+k\Delta_i), \ \text{якщо}\ (t_j+T_j)+2k\Delta_i'<t\le(t_j+T_j)+(2k+1)\Delta_i', \ \ k=\overline{0,\frac{|(t_j+T_j)-(t_m+T_m)|}{\Delta_i}-1} \\ 0, \ \text{якщо}\ \begin{matrix}(t\le t_m)\ \wedge\ (t_m+(2p+1)\Delta_i'<t\le t_m+(2p+2)\Delta_i' \ \ \wedge \\ \wedge((t_j+T_j)+(2k+1)\Delta_i'<t\le(t_j+T_j)+(2k+2)\Delta_i')\wedge(t>t_m+T_m)\end{matrix}\end{cases} \tag{27}$$

Праві частини рівностей (26) та (27) співпадають з правими частинами рівностей (24) та (25) відповідно, тобто

$$\int f(t,t_1,T_1)\oplus f_2(t,t_2,T_2)=\int f(t,t_1,T_1)\oplus\int f_2(t,t_2,T_2) \tag{28}$$

Базис індукції доведений.

Припустимо, що теорема справедлива для випадку *n* ЛЧФ, тобто:

$$\int f_1(t,t_1,T_1)\oplus f_2(t,t_2,T_2)\oplus\ldots\oplus f_n(t,t_n,T_n)=\int f_1(t,t_1,T_1)\oplus\int f_2(t,t_2,T_2)\oplus \\ \ldots\oplus\int f_n(t,t_n,T_n) \tag{29}$$

Доведемо, що теорема має місце для випадку *n+1* ЛЧФ. Скористаємося для цього рівністю (28) та припущенням (29), тобто:

$$\int f_1(t,t_1,T_1)\oplus f_2(t,t_2,T_2)\oplus\ldots\oplus f_n(t,t_n,T_n)\oplus f_{n+1}(t,t_{n+1},T_{n+1})= \\ =\int f_1(t,t_1,T_1)\oplus f_2(t,t_2,T_2)\oplus\ldots\oplus f_n(t,t_n,T_n)\oplus\int f_{n+1}(t,t,T)= \\ =\int f_1(t,t_1,T_1)\oplus\int f_2(t,t_2,T_2)\oplus\ldots\oplus\int f_n(t,t_n,T_n)\oplus\int f_{n+1}(t,t_{n+1},T_{n+1})$$

Тобто теорема справедлива для будь-якої кількості ЛЧФ, що складаються з одного відрізка існування.

Доведемо тепер , що теорема має місце і у випадку *n* відрізків існування.

Нехай $f(t,t_1,t_2,T_1,T_2)$ та $f(t,t_3,t_4,T_3,T_4)$- дані ЛЧФ. Оскільки, згідно із властивістю операції додавання по модулю [7] два маємо:

$$f_1(t,t_1,t_2,T_1,T_2)=f_1(t,t_1,T_1)\oplus f_1(t,t_2,T_2) \\ f_2(t,t_3,t_4,T_3,T_4)=f_2(t,t_3,T_3)\oplus f_2(t,t_4,T_4)$$

та враховуючи попереднє доведення отримуємо:

$$\int f_1(t,t_1,t_2,T_1,T_2)\oplus f_2(t,t_3,t_4,T_3,T_4)= \\ =\int(f_1(t,t_1,T_1)\oplus f_1(t,t_2,T_2))\oplus(f_2(t,t_3,T_3)\oplus f_2(t,t_4,T_4))= \\ =\int f_1(t,t_1,T_1)\oplus f_1(t,t_2,T_2)\oplus\int\ f_2(t,t_3,T_3)\oplus f_2(t,t_4,T_4)= \\ =\int f_1(t,t_1,t_2,T_1,T_2)\oplus\int f_2(t,t_3,t_4,T_3,T_4) \tag{30}$$

Припустимо, що рівність (30) справедлива для випадку *n* проміжків існування, тобто:

$$\int f_1(t,t_1,t_2,\ldots,t_n,T_1,T_2,\ldots T_n)\oplus f_2(t,t'_1,t'_2,\ldots,t'_n,T_1',T_2',\ldots T_n')= \\ =\int f_1(t,t_1,t_2,\ldots,t_n,T_1,T_2,\ldots,T_n)\oplus\int f_2(t,t_1',t_2',\ldots,t_n',T_1',T_2',\ldots,T_n') \tag{31}$$

Скориставшись висновками (30) та (31), доведемо справедливість теореми для випадку *n+1* відрізку існування:

$$\int f_1(t,t_1,t_2,\ldots t_n,t_{n+1},T_1,T_2,\ldots T_n,T_{n+1})\oplus f_2(t,t'_1,t'_2,\ldots t'_n,t_{n+1}',T_1',T_2',\ldots T_n',T_{n+1}')= \\ =\int(f_1(t,t_1,t_2,\ldots t_n,T_1,T_2,\ldots T_n)\oplus f_1(t,t_n,T_n))\oplus(f_2(t,t_1',t_2',\ldots t_n',T_1',T_2',\ldots T_n')\oplus f_2(t,t_n',T_n'))= \\ \int(f_1(t,t_1,t_2,\ldots t_n,T_1,T_2,\ldots T_n)\oplus f_1(t,t_n,T_n))\oplus\int(f_2(t,t_1',t_2',\ldots t_n',T_1',T_2',\ldots T_n')\oplus f_2(t,t_n',T_n'))= \\ =\int f_1(t,t_1,t_2,\ldots t_n,t_{n+1},T_1,T_2,\ldots T_n,T_{n+1})\oplus\int f_2(t,t'_1,t'_2,\ldots t'_n,t_{n+1}',T_1',T_2',\ldots T_n',T_{n+1}')$$

Теорему доведено.

Теорема 2. Сума інтегралів ЛЧФ та її інверсії дорівнює одиничному імпульсу тривалістю часового інтервалу, на якому розглядається ЛЧФ.

Лема 1. Сума по модулю два ЛЧФ дорівнює сумі по модулю два інверсій цих функцій.

Теорема 3. Інтеграл суми по модулю два ЛЧФ дорівнює сумі по модулю два інтегралів інверсій цих функцій.

Доведення.

Наведемо доведення теореми для одного випадку, коли ЛЧФ мають один відрізок існування.

За теоремою 1:

$$\int \bar{f}_1(t,t_1,T_1) \oplus \bar{f}_2(t,t_2,T_2) = \int \bar{f}_1(t,t_1,T_1) \oplus \int \bar{f}_2(t,t_2,T_2)$$

Згідно леми:

$$f_1(t,t_1,T_1) \oplus f_2(t,t_2,T_2) = \bar{f}_1(t,t_1,T_1) \oplus \bar{f}_2(t,t_2,T_2)$$

Маємо:

$$\int f_1(t,t_1,T_1) \oplus f_2(t,t_2,T_2) = \int \bar{f}_1(t,t_1,T_1) \oplus \int \bar{f}_2(t,t_2,T_2)$$

те, що і мали доказати.

Теорема 4. Сума по модулю два первісної ЛЧФ та первісної ЛЧФ з затримкою на один $\Delta_i/2$ інтервал дорівнює даній ЛЧФ

Доведення.

Доведення даної теореми проводиться за допомогою методу математичної індукції. Наведемо фрагмент доведення.

Базис індукції. Перевіримо, чи справедлива дана теорема у випадку логіко-часової функції, область визначення якої складається лише з одного відрізка існування:

Розглянемо випадок, коли $T_i \neq \Delta_i$.

$$f_1(t,t_1,T_1) = \begin{cases} t - t_1, \textit{якщо} & t_1 < t \le t_1 + T_1 \\ 0, \quad \textit{якщо} & (t \le t_1) \wedge (t > t_1 + T_1) \end{cases} \tag{33}$$

Її первісна:

$$F(t,t_1,T_1) = \begin{cases} t-(t_1+p\cdot\Delta_i), \quad t_1+2p\Delta_i' < t \le t_1+(2p+1)\Delta_i', \quad p-\textit{порядковий} \\ \qquad \textit{номер}\,\Delta-\textit{інтервалу} \qquad p=\overline{0,\frac{T_1}{\Delta_i}-1} \\ 0, \qquad t \le t_1 \ \wedge\ t > t_1+T_1 \ \wedge\ t_1+(2p+1)\Delta_i' \le t < t_1+(2p+2)\Delta_i' \end{cases} \tag{34}$$

та первісна з затримкою на $\Delta_i/2$ інтервал:

$$F(t,t_1+\Delta_i',T_1) = \begin{cases} t-(t_1+p\cdot\Delta_i+\Delta_i'), \quad t_1+(2p+1)\Delta_i' < t \le t_1+(2p+2)\Delta_i', \quad p-\textit{порядковий} \\ \qquad \textit{номер}\,\Delta-\textit{інтервалу} \qquad p=\overline{0,\frac{T_1}{\Delta_i}-1} \\ 0, \qquad t \le t_1+\Delta_i' \ \wedge\ t > t_1+\Delta_i'+T_1 \ \wedge\ t_1+2(p+1)\Delta_i' \le t < t_1+2(p+1)\Delta_i' \end{cases} \tag{35}$$

Виконавши приведення подібних доданків і враховуючи, що $2\Delta_i' = \Delta_i$, сума по модулю два функцій (34) та (35) така:

$$F(t,t_1,T_1) \oplus F(t,t_1+\Delta_i',T_1) = \begin{cases} t - t_1, \textit{якщо} & t_1 < t \le t_1 + T_1 \\ 0, \quad \textit{якщо} & (t \le t_1) \wedge (t > t_1 + T_1) \end{cases} \tag{36}$$

Таким чином, і в цьому випадку теорема має місце (рис. 4), оскільки праві частини рівностей (33) та (36) рівні між собою, то рівні і ліві частини, тобто

$$F(t,t_1,T_1) \oplus F(t,t_1+\Delta_i',T_1) = f(t,t_1,T_1) \tag{37}$$

Базис індукції доведений.

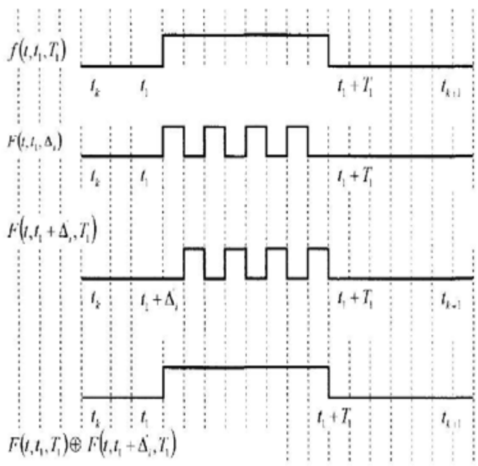


Рис. 4 – Знаходження суми по модулю два первісних ЛЧФ та ЛЧФ з затримкою на Δ_i' інтервал, коли $T_i \neq \Delta_i$.

Теорема 5. Кількість відрізків існування первісної ЛЧФ дорівнює кількості Δ_i інтервалів, на яких ЛЧФ має одиничний імпульс.

Доведення.

Перевіримо, чи справедлива дана теорема у випадку логіко-часової функції, область визначення якої складається лише з одного відрізка існування.

Дану теорему доведемо за допомогою методу математичної індукції.

Базис індукції. Розглянемо випадок, коли $T_1 = \Delta_i$.

$$f_1(t,t_1,\Delta_i)=\begin{cases} t-t_1, якщо & t_1<t\le t_1+\Delta_i \\ 0, \quad якщо & (t\le t_1)\wedge(t>t_1+\Delta_i)\end{cases} \tag{38}$$

де t - поточне значення параметра; t_1 - початок відрізка існування; T_1 - тривалість відрізка існування, $n=\frac{T_1}{\Delta_i}$. Проведемо дискретизацію Δ інтервалів: кожен інтервал Δ_i розіб'ємо на два. Отримаємо інтервал $\Delta_i^{'}$ $=\Delta_i/2$. кількість таких інтервалів буде $n'=2n$.

Знайдемо первісну ЛЧФ функції (38). За означенням маємо:

$$F(t,t_1,\Delta_i)=\begin{cases} t-t_1, & t_1<t\le t_1+\Delta_i^{'} \\ 0, & t\le t_1 \quad\wedge\quad t>t_1+\Delta_i^{'}\end{cases} \tag{39}$$

Таким чином, первісна має один відрізок існування. Базис індукції доведений.

Графічне підтвердження доведення даного випадку зображено на рис.5.

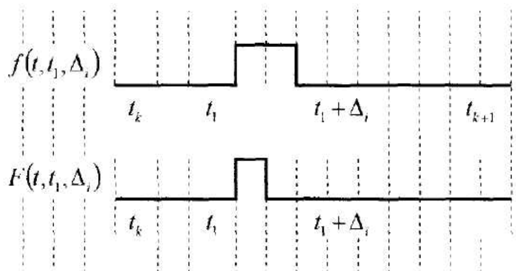


Рис. 5 – Знаходження первісної ЛЧФ у випадку $T_1=\Delta_i$.

Припустимо, що теорема має місце, коли $T_i\neq\Delta_i$ та $T_1=n\Delta_i$, тобто якщо ЛЧФ має одиничний імпульс на проміжку, що дорівнює *n* Δ_i інтервалам, то її первісна буде мати *n* відрізків існування.

Доведемо, що твердження теореми справедливе і для випадку ЛЧФ, відрізок існування якої містить *n+1* Δ_i інтервал. Маємо:

$$f_1(t,t_1,T_1)=\begin{cases} t-t_1, якщо & t_1<t\le t_1+T_1 \\ 0, \quad якщо & (t\le t_1)\wedge(t>t_1+T_1)\end{cases} \tag{40}$$

$$T_1=(n+1)\Delta_i$$

Її первісна:

$$F(t,t_1,T_1)=$$
$$=\begin{cases} t-(t_1+p\cdot\Delta_i), \quad t_1+2p\Delta_i^{'}<t\le t_1+(2p+1)\Delta_i^{'}, \quad p-порядковий \\ \qquad номер \quad \Delta-інтервалу \qquad p=\overline{0,\frac{T_1}{\Delta_i}-1} \\ 0, \qquad t\le t_1 \ \wedge\ t>t_1+T_1 \ \wedge\ t_1+(2p+1)\Delta_i^{'}\le t<t_1+(2p+2)\Delta_i^{'}\end{cases} \tag{41}$$

$$p=\frac{T_1}{\Delta_i}-1=\frac{(n+1)\Delta_i}{\Delta_i}-1=n+1-1=n.$$

Звідки, кількість відрізків існування буде становити *n+1*.

Таким чином, і в цьому випадку теорема має місце (рис. 6).

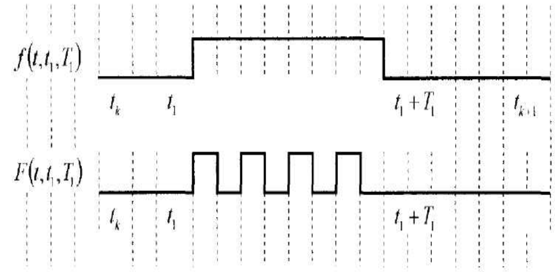


Рис. 6 – Можливий варіант знаходження первісної ЛЧФ, коли $T_i\neq\Delta_i$.

Отже, згідно принципу математичної індукції рівність первісна ЛЧФ буде мати стільки відрізків існування, скільки Δ_i інтервалів вкладається в відрізок існування ЛЧФ (для кожного відрізку існування ЛЧФ окремо). Теорема доведена.

Теорема 6. Кожна наступна первісна ЛЧФ має таку саму кількість відрізків існування, що і підінтегральна ЛЧФ.

Доведення.

Розглянемо логіко-часової функції, область визначення якої складається лише з одного відрізка існування.

Розглянемо випадок, коли $T_1=\Delta_i$.

$$f_1(t,t_1,\Delta_i)=\begin{cases} t-t_1, якщо & t_1<t\le t_1+\Delta_i \\ 0, \quad якщо & (t\le t_1)\wedge(t>t_1+\Delta_i)\end{cases} \tag{42}$$

де t - поточне значення параметра; t_1 - початок відрізка існування; T_1 - тривалість відрізка існування, $n=\frac{T_1}{\Delta_i}$. Проведемо дискретизацію Δ інтервалів: кожен інтервал Δ_i розіб'ємо на два. Отримаємо інтервал $\Delta_i^{'}$ $=\Delta_i/2$. кількість таких інтервалів буде $n'=2n$.

Знайдемо первісну ЛЧФ функції (42). За означенням маємо:

$$F(t,t_1,\Delta_i)=\begin{cases} t-t_1, & t_1<t\le t_1+\Delta_i' \\ 0, & t\le t_1 \quad \wedge \quad t>t_1+\Delta_i' \end{cases} \qquad (43)$$

Таким чином, первісна має один відрізок існування.

Знайдемо первісну ЛЧФ $F(t,t_1,\Delta_i)$. Ще раз проведемо дискретизацію Δ інтервалів: кожен інтервал Δ_i' розіб'ємо на два. Отримаємо інтервал $\Delta_i^2=\dfrac{\Delta_i'}{2}$. кількість таких інтервалів буде $n^2=2n'=4n$

За означенням маємо:

$$\int F(t,t_1,\Delta_i)=\begin{cases} t-t_1, & t_1<t\le t_1+\Delta_i' \\ 0, & t\le t_1 \quad \wedge \quad t>t_1+\Delta_i' \end{cases} \qquad (44)$$

Таким чином, друга первісна має один відрізок існування. Відрізок існування дорівнює Δ_i інтервалу, тому згідно з теоремою 5 кожна наступна первісна буде мати один відрізок існування.

Базис індукції доведений.

Графічне підтвердження доведення даного випадку зображено на рис.7.

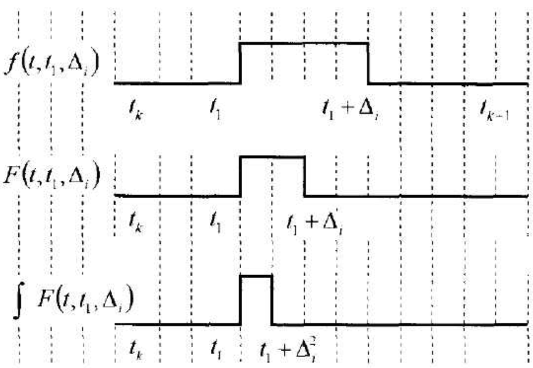


Рис. 7 – Знаходження первісних ЛЧФ у випадку $T_1=\Delta_i$.

Розглянемо випадок, коли $T_i\neq\Delta_i$ та $T_1=n\Delta_i$. Первісна цієї функції буде мати *n* відрізків існування, кожен з яких має розмір Δ- інтервалу. Таким чином кожен відрізок існування можна розглядати як окрему ЛЧФ , для якої кожна наступна первісна буде мати один відрізок існування розміром вдвічі меншим за попередній. Це означає, що кількість відрізків існування для первісної ЛЧФ, не змінюється і дорівнює кількості Δ -інтервалів, які вміщуються у відрізок існування початкової ЛЧФ (рис.8.)

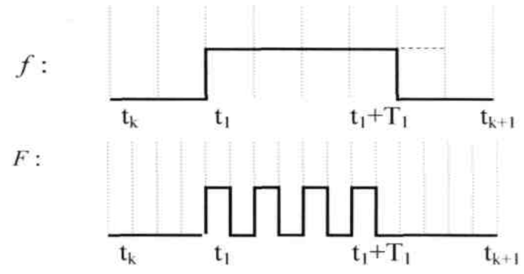


Рис. 8 – Знаходження первісних ЛЧФ, коли $T_i\neq\Delta_i$.

Теорему доведено.

ВИСНОВОК

1. Через поняття загально математичного вигляду первісної визначено аналітичний вигляд інтегральної ЛЧФ.
2. Вперше введено нову спеціальну операцію визначення інтегралу як функції верхньої межі, яка дозволяє вдосконалити формальний апарат аналізу математичних моделей.
3. Використавши поняття Δ розбиття інтегральна ЛЧФ дала можливість здійснити перетворення аналогового сигналу в кількісний дискретний вираз.
4. Розглянуті властивості інтегрування бінарних зображень розширюють базу знань теорії ЛЧФ.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Кожем'яко В.П. *Оптикоэлектронные логико временные информационные вычислительные среды.* – Тбилиси: Мецниереба, 1984.–357 с.
2. Претт У. *Цифровая обработка изображений.* Пер с англ. – М.:Мир, 1982. – кн.1. – 312 с.
3. Кожем'яко В.П., Понура О.І., Кожем'яко О.В. Метод якісного розпізнавання образів на базі функційно-інтегральних синтезаторів визначників та ознак як функцій логіко-часового типу. // *Вісник ВПІ.* – 1998. – №2. – С. 68-72.
4. Пат.РФ 2178915 С2б МКИ 7П06Л9.66б П06А15/18. Способы глазпроцессорной обработки изображений и оптико-электрическое устройство для его реализации // Кожемяко В.П., Павлов С.В., Понурая Е.И., Хамди Р.Р., Кожемяко А.В., Кожемяко О.В. – Заявлено 03.07.1998; Опубл. 27.01.2002. Бюл. №3. – 12 с.
5. *Дискретная математика и математические вопросы кибернетики* // Под общей редакцией С.В.Яблонского и О.Б.Лупанова. – М.:Главная редакция физико-математической литературы изда-

тельства "Наука", 1974. – 312 с.
6. Кожем'яко В.П., Сачанюк-Кавецька Н.В., Волонтир Л.О. Введення поняття операції інтегрування логіко-часової функції // *Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології.* – 2007. – №2 (14). – С. 21-25.
7. Сачанюк-Кавецька Н.В., Кожем'яко В.П. *Елементи око-процесорної обробки зображень в логіко-часовому середовищі.* Монографія.: УНІВЕРСУМ – Вінниця, 2004. – 135 с.

В.П. Кожем'яко В.П. *– заслужений діяч науки і техніки України, академік АІНУ, д.т.н., професор, завідуючий кафедрою лазерної і оптоелектронної техніки, голова наглядової ради Студентського відділення SPIE ВНТУ та Студентського відділення OSA ВНТУ, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, Україна.*

Н.В.САЧАНЮК-КАВЕЦЬКА *– к.т.н., доцент кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, Україна.*

Л.О. ВОЛОНТИР *– старший викладач кафедри інформаційних технологій в менеджменті Вінницького державного аграрного університету, Вінниця, пошукувач Вінницького національного технічного університету Україна.*

computing@computingonline.net
www.computingonline.net

ISSN 1727-6209
International Journal of Computing

LOGIC-TEMPORAL FUNCTIONS INTEGRATION IN THE PROCESS OF PROCESSING OF IMAGES

V.P. Kozhemiako, N.V. Sachaniuk-Kavets'ka, L.O. Volontyr

Vinnytsia National Technical University
95 Khmelnytske shosse, Vinnytsia, 21021, Ukraine
Phone: (+380) (432)511631, Fax: (+380) (432) 433375
E-mail: kvp@vstu.vinnica.ua

Abstract: *In paper there are discussed problems of integration operation determination and definition of primary logical-time functions, characteristic of binary images integration for eye-processor images processing efficiency increasing and possibility of analog signal transformation into discrete numerical expression.*

Keywords: *eye-processor, logical-time function, primary, integral, binary image, existence period.*

Modern stage of computer engineering development is marked by the development and establishment of new generation computers with artificial intelligence as their basis.

Drastic method of imprints recognition and graphical model processing productivity gain is its actualization in parallel optic-electronic structures of systolic type. [1,5]

By the method of eye-processing recognition of imprints with feature selection, the imprint is projected and all object parameters are transformed into logical-temporal function (LTF) in parallel. Processing of the received LTF system is happening simultaneously over quantitative and qualitative channels Herewith corresponding object properties are synthesized over the channels of qualitative processing with LTF and commutative code patterns of properties are formed over the channels of quantitative processing.

Having previously synthesized the sufficient amount of qualitative properties which are able to provide the necessary confidence of imprint type determining we can identify the object with the help of special characteristic function which was introduced by Prof. Kozhemiako V.P. [2] Object identification is carried out via comparison of the given characteristic function and the reference elements that are accumulated in the database. In order to form a characteristic function the proposed by the authors formula [2] can be used.

$$F_л = \int_m F_i w_i = \int_m \left(a_i \mathop{\Uparrow}_{j=1}^{m} p_j \right) w_i \qquad (1)$$

where $-F_л$ is a characteristic function (generalized efficient integral LTF);

a_i –information stored in the *i*-determinant;

$\mathop{\Uparrow}\limits_{j=1}^{m}$ –determinant influence operator;

m –number of the received functions;

p_j –variable which characterizes physical content of the function that carries quantitative-qualitative information in itself;

w_i –weight functions factors of determinant systems;

$\int\limits_m$ –operator of generalized integration of quantitative result of parallel re-entrant variables with physical dimensionality and tacitly expressed determinants finding.

Detection of a characteristic function in its analytical form requires according to classical mathematics the initial definition of LTF derivative and respectively the operation of differentiation which is primary with regard to the operation of integration. LTF derivative of *k*-value logics is *k*-value logic temporal function which is equal to the increment at *i*-interval of Δ-division if datum *k*-value LTF takes up different values at *i-1* *i*-interval. Otherwise the derivative is equal to zero.

Note that according to the definition of an integral in classical mathematics:

$F'(x) = f(x)$, *where* $F'(x)$– is a primary function and $f(x)$– is a subintegral function.

In order to simplify analytical description of initial LTF we use denotations of classical mathematics. Let us assume that we have some k-logic LTF

$$f(t, t_1, \dots, t_m, T_1, \dots, T_m, a_1, \dots, a_m) \qquad (2)$$

where $t_1, \dots, t_m$ - temporal coordinates;
$T_1, \dots, T_m$ - respective intervals of existence;
$a_1, \dots, a_m$ - amplitudes which are responsible for the given intervals of existence.

Let us analyze the characteristic function as a logical function, to be more precise, as a logic-temporal function. In order to define the general form of the initial we use the introduced definition of Δ-division [1].

Definition. We call integral or initial LTF such an LTF $F(t, t_1, \dots, t_m, T_1, \dots, T_m, a_1, \dots, a_m)$, for which congruence:

$$F'(t, t_1, \dots, t_m, T_1, \dots, T_m, a_1, \dots, a_m) = f(t, t_1, \dots, t_m, T_1, \dots, T_m, a_1, \dots, a_m) \qquad (3)$$

is made.

Then, analytical form of the given function initial is determined in the given below way.

We increase the digitalization of Δ-intervals: each interval Δ_i we will break into two. We receive the interval $\Delta_i' = \Delta_i/2$. The number of such intervals is equal to $n' = 2n$.

$$F(t, t_1, .. t_m, T_1, \dots, T_m, a_1, \dots, a_m) = \begin{cases} (t - (t_k + p \cdot \Delta_i))a_k, & t_k + 2p\Delta_i' < t \le t_k + (2p+1)\Delta_i', \quad p - \ \Delta\text{-interval} \\ \qquad \textit{index number}, & k = \overline{1, m} \qquad p = \overline{0, \frac{T_1}{\Delta_i} - 1} \\ 0, & t \le t_k \ \wedge \ t > t_k + T_k \ \wedge \ t_k + (2p+1)\Delta_i' \le t < t_k + (2p+2)\Delta_i' \end{cases}$$

In case of binary logics the formula is somehow simplified as the amplitudes can take the zero or unit value. If the function has one interval of existence then the initial is defined by formulas (4) and (5). If the function has m-intervals of existence then formula (6) is used. This formula may be considered as a general form of the initial in case of binary logic.The initial of arbitrary LTF can be presented graphically (Fig.1)

Definition. The operation of the initial LTF finding is called integration of LTF. Let us consider the properties of the given operation.

Property 1. Integral of a logic – temporal function is the measure of content.

Property 2. If for LTF $f_1(t, t_1, T_1)$ and $f_2(t, t_2, T_2)$ $T_1 > T_2$, then $\int f_1(t, t_1, T_1)dt > \int f_2(t, t_2, T_2)$.

Properties of binary imprints integration

Theorem 1. The initial of the sum by module two of LTF is equal to the sum by module two of initial LTF.

Theorem 2. The sum of LTF integrals and its inversion is equal to the unit impact of temporal interval duration where the LTF is considered.

Lemma 1. The sum by module two of LTF is equal to the sum by module two of the inversion of these functions.

Theorem 3. Integral by the sum by module two of LTF is equal to the sum by module two of inversion integral of these functions.

Theorem 4. The sum by module two for the initial LTF and the initial LTF with $\Delta_i/2$ interval delay is equal to the given LTF.

Theorem 5. The number of intervals of existence of initial LTF is equal to the number of Δ_i intervals where the LTF has a unit impact.

Theorem 6. Each next initial LTF has the same number of intervals of existence as the subintegral LTF.

SUMMARY

1. By means of concept of general-mathematical form of the initial, the analytical form of the integral LTF is specified.
2. For the first time a new special operation of integral definition as the function of the upper bound that allows to improve the formal device of mathematics pattern analysis is introduced.
3. Using the concept of Δ division of the integral LTF allows to carry out the transformation of analog signal into quantitative discrete formula.
4. Considered properties of binary imprints integration widen the knowledge base of LTF theory.