



ІДЕНТИФІКАЦІЯ СИСТЕМИ МОНО-ІЕРУСАЛИМСЬКОГО З КЕРОВАНИМ ЗВОРОТНІМ ЗВ'ЯЗКОМ

Пасічник Р.М.¹⁾, Піговський Ю.Р.²⁾

¹⁾ Кафедра економічної кібернетики, Тернопільський національний економічний університет,
м. Тернопіль 46004, Майдан Перемоги 3, roman.pasichnyk@gmail.com

²⁾ Кафедра комп'ютерних наук, Тернопільський національний економічний університет,
м. Тернопіль 46027, вул. Далека 5, pigovsky@gmail.com

Резюме: описано методи структурної і параметричної ідентифікації систем Моно-Іерусалимського з керованим зворотнім зв'язком.

Ключові слова: структурна ідентифікація, параметрична ідентифікація, система Моно-Іерусалимського з керованим зворотнім зв'язком, періодичні процеси бродіння, культивування систем мікроорганізмів.

ВСТУП

Розвиток біотехнологій відновлення енергетичних та природних ресурсів, харчової і фармацевтичної промисловостей пов'язаний з дослідженнями періодичних процесів культивування систем мікроорганізмів. Їх динаміка моделюється за допомогою систем Моно-Іерусалимського [1–5].

Для ряду технологічних процесів важливо враховувати розвиток побічних систем мікроорганізмів. В ході свого розвитку вони продукують домішки, які псують якість основного продукту, що називається інфікуванням продукту. Воно відбувається у випадку, коли побічні системи мікроорганізмів розвиваються надто інтенсивно на будь-якій стадії процесу. Ризик інфікування особливо високий для ферментаційних процесів із низькою швидкістю перебігу, оскільки та система мікроорганізмів, яка адаптується швидше за інші продовжує домінувати в даному середовищі, витісняючи інші [6].

Для усунення ризику інфікування в середовище вносять деякий об'єм основного продукту $P(t) = P_0$ на початку процесу $t = 0$, що пригнічує розвиток побічних систем мікроорганізмів і дещо пригальмовує розвиток основної системи мікроорганізмів. Таке внесення продукту називається керованим по P_0 зворотнім зв'язком. Експериментально ці процеси досліджено в роботі [6], де побудовано модель затримки активного перебігу процесу, однак загальна модель його динаміки там не

встановлена. Дана робота присвячена розробці згаданої моделі на основі системи Моно-Іерусалимського.

1. СИСТЕМА МОНО-ІЕРУСАЛИМСЬКОГО ІЗ ЗВОРОТНІМ ЗВ'ЯЗКОМ

Динаміка періодичних процесів культивування систем мікроорганізмів в ізотермічних умовах описується сімейством автономних моделей зі структурою Моно-Іерусалимського [1–5]:

$$\begin{cases} X'(t) = (A_1 H_G[S(t), P(t)] - A_2) X(t), \\ S'(t) = -A_3 \frac{S(t)}{A_4 + S(t)} X(t), \\ P'(t) = -A_7 S'(t), \end{cases} \quad (1)$$

$$X(t) = X_0, S(t) = S_0, P(t) = P_0 \text{ при } t = 0, \quad (2)$$

де $X(t)$ – концентрація мікроорганізмів, $S(t)$ – концентрація поживного субстрату, $P(t)$ – концентрація основного виходу, A_1, A_2, \dots, A_7 – параметри моделі, $H_G[S(t), P(t)]$ – передавальна функція зворотнього зв'язку.

На даний час побудовано сімейство моделей на базі структури (1), (2) при різних формах передавальної функції $H_G[S(t), P(t)]$. Зокрема можна відзначити моделі Моно-Хіншельвуда [1], Моно-Іерусалимського [2], Моно-Бергтера [3], модифіковану модель Моно-Хіншельвуда [4] та

модель Моно-Торо [5]. Всі ці моделі забезпечують зменшення швидкості росту мікроорганізмів при збільшенні інтенсивності основного виходу $P(t)$.

В [7, 8] показано, що всі перелічені моделі забезпечують практично однакову точність. Тому за критерієм простоти представлення для подальших досліджень слід рекомендувати модель Моно-Торо з передавальною функцією:

$$H_G[S(t), P(t)] = \frac{S(t)}{A_5 + P(t)}. \quad (3)$$

Параметрична ідентифікація моделі (1), (2) базується на напрацьованих підходах до ідентифікації автономних систем Моно з неспостережуваною змінною стану. Ці підходи включають спеціальну процедуру початкового оцінювання модельних параметрів автономної системи, метод дзеркального відображення від'ємних значень коефіцієнтів для врахування природних обмежень на їх значення, спеціальну функцію мети, а також схеми розбиття загальної задачі ідентифікації на послідовність підзадач з меншою розмірністю, що докладно описано в [7, 8].

Для врахування впливу додаткового об'єму основного виходу P_0 на розвиток побічних систем мікроорганізмів в систему диференціальних рівнянь (1) включено функції Хевісайда, які моделюють затримку активного перебігу процесу (лаг-фази):

$$\begin{cases} X'(t) = \gamma\{t - \lambda(P_0)\} \{A_1 H_G[S(t), P(t)] - A_2\} X(t), \\ S'(t) = -\gamma\{t - \lambda(P_0)\} A_3 \frac{S(t)}{A_4 + S(t)} X(t), \\ P'(t) = -A_7 S'(t). \end{cases} \quad (4)$$

де $\lambda(P_0)$ – тривалість лаг-фази в залежності від початкової інтенсивності основного виходу, $\gamma\{t\}$ – функція Хевісайда.

Тривалість лаг-фази моделюється за допомогою формули (5), ефективність якої доведено в [6]:

$$\lambda(P_0) = \lambda_0 \left(1 - \frac{P_0}{P^*}\right)^n, \quad (5)$$

де λ_0 – тривалість лаг-фази при відсутності початкового рівня основного виходу, n – коефіцієнт, P^* – критичний рівень інтенсивності основного виходу, при якому повністю припиняється розвиток системи мікроорганізмів.

Після параметричної ідентифікації модель дозволяє прогнозувати динаміку процесів.

Експериментальні дослідження доводять необхідність врахування впливу P_0 на коефіцієнти моделі A_1, A_2, A_3 для забезпечення достатньої точності прогнозування процесів в нових умовах.

2. СТРУКТУРА СИСТЕМИ МОНО-ІЕРУСАЛИМСЬКОГО З КЕРОВАНИМ ЗВОРОТНІМ ЗВ'ЯЗКОМ

Для виявлення форми залежностей модельних коефіцієнтів від початкової інтенсивності основного виходу використано вибірку експериментальних вимірів, опубліковану в [6], яка включає п'ять траєкторій змінної стану $X(t)$ системи мікроорганізмів класу *Brettanomyces* при різних початкових інтенсивностях виходу $P(0) = P_0$. Змінна стану $S(t)$ неспостережувана. В [9] встановлено, що залежність коефіцієнту A_2 від P_0 має експоненціальний характер:

$$A_2 \{P_0\} = \exp(b_3 + b_4 P_0). \quad (6)$$

Було висловлено припущення, що залежності A_1 та A_3 від P_0 також є експоненціальними. За допомогою методу параметричної ідентифікації [7, 8] оцінено параметри системи (4), (5) по всіх траєкторіях вибірки. Виявилось, що для чотирьох траєкторій з п'яти одержуємо неправдоподібні значення параметру $A_2 = 0$, що вироджує динаміку їх змінної стану $X(t)$ в горизонтальні лінії після досягнення максимальної концентрації (відсутнє відмирання мікроорганізмів). Такий результат пов'язаний з неповнотою експериментальних спостережень динаміки відповідних траєкторій на завершальній стадії процесу. В той же час остання, п'ята траєкторія у вибірці, – при найбільшій інтенсивності виходу $P_0 = P_{\max}$ – характеризується повнотою експериментальних спостережень протягом всього часу процесу, що дозволило виявити адекватні оцінки її параметрів.

Для оцінювання значень коефіцієнтів b_3, b_4 в (6) необхідно мати оцінки коефіцієнту A_2 хоча б для двох значень початкової інтенсивності виходу P_0 . Одне значення A_2 відоме за результатами параметричної ідентифікації п'ятої траєкторії при $P_0 = P_{\max}$, яка спостережувана протягом всього часу процесу. Для оцінювання правдоподібного значення другого невідомого параметру A_2 при найменшій інтенсивності

виходу $P_0 = P_{\min}$ застосовано два підходи: за відношенням між коефіцієнтами A_2 та A_1 в подібному періодичному процесі культивування іншої системи мікроорганізмів – *Saccharomyces cerevisiae* при $P_0 = P_{\min}$ [5], або по градієнту відношення між рівнем змінної стану концентрації мікроорганізмів $X(t)$ в кінці процесу $t = t_{\max}$ та піковим рівнем $X(t^*) = X^*$ для повністю спостережуваної п'ятої траєкторії. Оцінка A_2 для першого підходу – за подібністю до *Sacch. cerev.* складає $A_2\{P_{\min}\} = 0.003$, за другим підходом – по градієнту – $A_2\{P_{\min}\} = 0.002$. Для контролю структурної стійкості побудованої математичної моделі вибрано також близьке до нуля додатне значення оцінки $A_2\{P_{\min}\} = 0.001$.

Враховуючи оцінки значень коефіцієнту A_2 для межових траєкторій $A_2\{P_{\min}\} = 0.003$ та $A_2\{P_{\max}\}$ одержуємо залежність, вигляд якої показано на рис. 1.

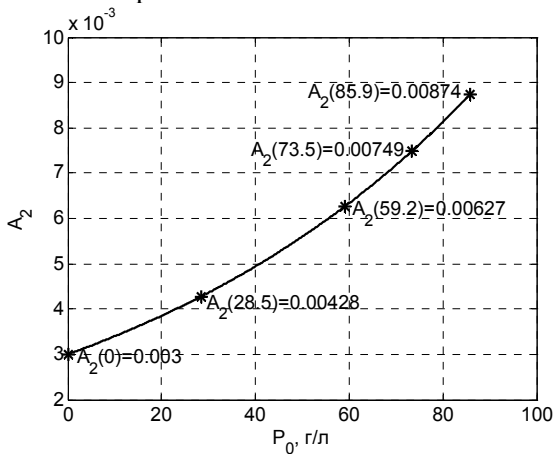


Рис.1 – Залежність коефіцієнту A_2 від P_0 .

При включенні залежності (6) в процедуру ідентифікації параметрів A_1 та A_3 помічено квазіпостійність значень A_1 . Тільки для траєкторії $P_0 = P_{\min}$ значення A_1 суттєво відрізняється від решти. Така поведінка A_1 адекватно моделюється експоненціальною залежністю виду

$$A_1\{P_0\} = b_0 + \exp(b_1 + b_2 P_0), \quad (7)$$

що підтверджується рис. 2.

При поповненні попередньої процедури ідентифікації співвідношенням (7) спостерігався складний характер залежності коефіцієнта A_3 від P_0 . Її можна представити у вигляді трьох фаз:

швидкого спадання, швидкого зростання та перехідну фазу (рис. 3). Така поведінка змодельована наступною трьохгілковою експоненціальною залежністю:

$$A_3\{P_0\} = \begin{cases} \exp(b_5 + b_6 P_0 + b_7 P_0^2), & P_{\min} \leq P_0 \leq P_{\Lambda_1}, \\ \exp(b_8 + b_9 P_0 + b_{10} P_0^2), & P_{\Lambda_1} < P_0 \leq P_{\Lambda_2}, \\ \exp(b_{11} + b_{12} P_0 + b_{13} P_0^2), & P_0 > P_{\Lambda_2}. \end{cases} \quad (8)$$

Таким чином вплив P_0 на коефіцієнти моделі визначається співвідношеннями (6)–(8). Для оцінок отриманих на основі значень $A_2\{P_{\min}\} = \{0.001, 0.002\}$ побудовані аналогічні за формою залежності, що засвідчує структурну стійкість даної математичної моделі.

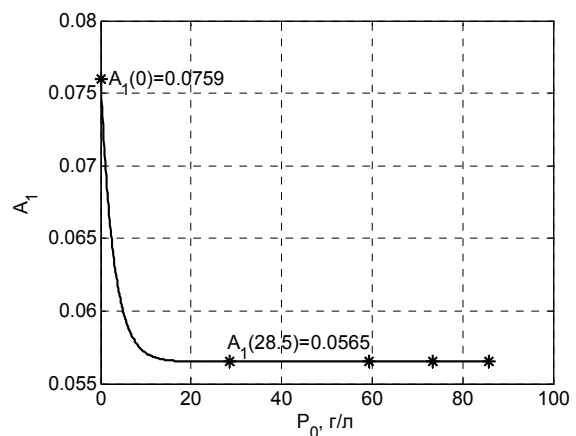


Рис. 2 – Залежність коефіцієнту A_1 від P_0 .

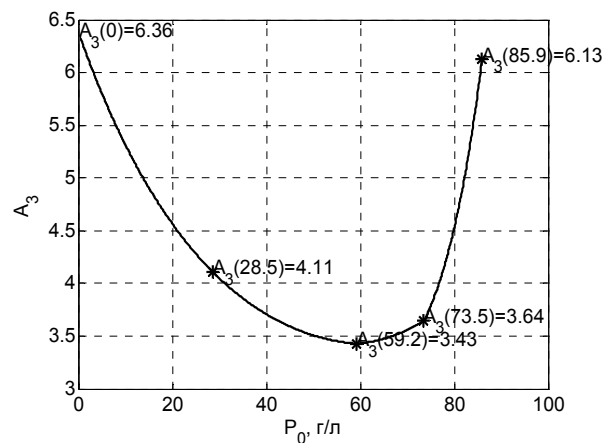


Рис. 3 – Залежність коефіцієнту A_3 від P_0 .

В табл. 1 наведені похибки прогнозування траєкторій змінної стану $X(t)$ відносно пікового рівня X^* для трьох оцінок $A_2\{P_{\min}\} = \{0.001, 0.002, 0.003\}$, що обчислюються за формулою

$$X_{\text{std.err.}} = \frac{1}{N+1} \sum_{i=0}^N |X_{\text{sim}}(t_i) - X_{\text{real}}(t_i)| \cdot \frac{100\%}{X^*}, \quad (9)$$

де $X_{sim}(t_i)$, $X_{real}(t_i)$ – модельна та експериментальна оцінки змінної стану $X(t)$ в i -тий дискрет часу, $X^* = X(t^*)$ – піковий рівень змінної стану $X(t)$.

Максимальна відносна похибка прогнозування з використанням описаного методу складає 5.08 %, що має порядок похибки вимірювань (див. табл. 1). За критерієм мінімуму максимальної відносної похибки найточніші прогнози отримані для значення $A_2\{P_{min}\} = 0.003$, що свідчить про близькість даного наближення до істинного значення параметра. На рис. 4 наведено динаміку модельних та експериментальних оцінок траєкторій змінної стану $X(t)$ при різних значеннях P_0 .

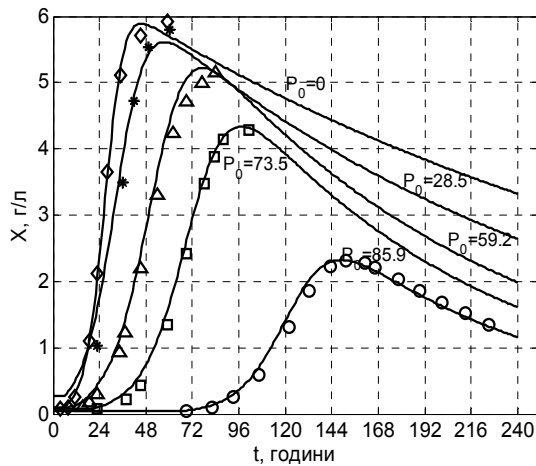


Рис. 4 – Моделювання динаміки траєкторій $X(t)$ для $A_2\{P_{min}\} = 0.003$.

В табл. 2 наведено значення коефіцієнтів функцій залежності коефіцієнтів моделі A_1 , A_2 , A_3 від початкового рівня основного виходу P_0 , що описуються формулами (6)–(8). Близькість значень $b_0 \div b_{13}$ для різних $A_2\{P_{min}\}$ підтверджує структурну стійкість розробленої моделі.

Таблиця 1. Відносні похибки оцінювання параметрів системи Моно-Ієрусалимського з керованим зворотнім зв'язком.

№	P_0	Оцінка $A_2\{P_0 = P_{min}\}$		
		0.001	0.002	0.003
1	$P_{min} = 0.0$	1.17 %	1.37 %	1.58 %
2	$P_{\Lambda_0} = 28.5$	5.08 %	4.84 %	4.61 %
3	$P_{\Lambda_1} = 59.2$	3.78 %	3.58 %	3.41 %
4	$P_{\Lambda_2} = 73.5$	1.95 %	1.80 %	1.71 %
5	$P_{max} = 85.9$	1.07 %	1.07 %	1.07 %

Розроблену модель можна використати для

прогнозування динаміки двокомпонентної системи Моно-Ієрусалимського, яка описує взаємодію двох систем мікроорганізмів.

Таблиця 2. Оцінені значення параметрів моделі.

Параметр	Оцінка $A_2\{P_0 = P_{min}\}$		
	0.001	0.002	0.003
b_0	0.05651	0.05651	0.05651
b_1	-3.94287	-3.94183	-3.94050
b_2	-0.34641	-0.34645	-0.34649
b_3	-6.90776	-6.21461	-5.80914
b_4	0.02524	0.01717	0.01245
b_5	1.89943	1.87414	1.84939
b_6	-0.01865	-0.01935	-0.01985
b_7	0.00014	0.00015	0.00016
b_8	1.98836	1.98074	1.96204
b_9	-0.02327	-0.02489	-0.02570
b_{10}	0.00020	0.00021	0.00023
b_{11}	6.90142	7.05647	7.11592
b_{12}	-0.17311	-0.17969	-0.18288
b_{13}	0.00133	0.00138	0.00141

3. ВИСНОВКИ

В даному дослідженні запропоновано підхід до синтезу структури моделі Моно-Ієрусалимського з керованим зворотнім зв'язком при неповноті вхідної інформації. Підхід ґрунтується на моделях тривалості лагових фаз [6] та методах параметричної ідентифікації автономних систем Моно-Ієрусалимського з неспостережуваною змінною стану [7, 8].

Аналіз експериментальних даних засвідчив їх неповноту щодо встановлення правдоподібних значень коефіцієнту A_2 системи Моно-Ієрусалимського. На основі аналізу окремих траєкторій даного процесу та близьких до нього встановлено правдоподібні значення A_2 при $P_0 = 0$, що дозволило побудувати залежності A_1 , A_2 , A_3 від початкової інтенсивності P_0 . Чисельні результати показують, що структура побудованої моделі інваріантна відносно оцінок значення коефіцієнту $0.001 \leq A_2(P_{min}) \leq 0.003$ при максимальній похибці порядку 5 %. Це дає підставу вважати побудовану математичну модель адекватною досліджуваному процесу.

Дану математичну модель можна використовувати для прогнозування динаміки періодичного культивування двох систем мікроорганізмів: основної (корисної) та побічної (шкідливої), що має важливе практичне значення для багатьох біотехнологічних процесів [1, 6, 10].

4. СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- [1] M. Blanco, A. C. Peinado, J. Mas. Monitoring alcoholic fermentation by joint use of soft and hard modelling methods, *Analytica Chimica Acta*, Vol. 556, Iss. 2 (2006). p. 364-373.
- [2] К. Ф. Чуб. Дослідження сковзних режимів при прямому керуванні кінетичною системою Моно-Ієрусалимського, *Вісник Київського університету. Серія: фіз.-мат. науки* 1 (2000). С. 301-308.
- [3] Д. С. Дворецкий, С. И. Дворецкий, Е.И.Муратова, А.А.Ермаков. *Компьютерное моделирование биотехнологических процессов и систем*. Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, Тамбов, 2005. С. 80.
- [4] J. H. T. Luong. Kinetics of ethanol inhibition in alcohol fermentation, *Biotechnology and Bioengineering*. Vol. 27, Iss. 3 (1985), p. 280-285.
- [5] B. de Andrés-Toro, J. M. Girón-Sierra, P. Fernández-Blanco, J. A. López-Orozco, E. Besada-Portas. Multiobjective optimization and multivariable control of the beer fermentation process with the use of evolutionary algorithms, *Zhejiang University Science* 5 (4) (2004). p.378-389.
- [6] W. Medawar, P. Strehaiano, M.-L. Délia. Yeast growth: lag phase modelling in alcoholic media, *Food Microbiology* 20 (2003). p. 527-532.
- [7] Піговський Ю. Параметрична ідентифікація моделей динаміки низькотемпературних термодерованих процесів, *Міжвідомчий збірник наукових праць „Відбір і обробка інформації” №28 (104) (2008)*. (Готується до друку).
- [8] Р. М. Пасічник, Ю. Р. Піговський. Ідентифікація моделі броварного бродіння в умовах невизначеності, *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, №1 (2007). С. 10–15.
- [9] R. C. Nabais, I. Sa-Correia, C. A. Viegas, Novais J. M. Influence of Calcium Ion on Ethanol Tolerance of *Saccharomyces bayanus* and Alcoholic Fermentation by Yeasts, *Applied and Environmental Microbiology* (Oct. 1988). p. 2439-2446.
- [10] Coleman M. C., Fish R., Block D. E. Temperature-Dependent Kinetic Model for Nitrogen-Limited Wine Fermentations, *Applied and Environmental Microbiology*, Vol. 73, No. 18 (2007). p. 5875-5884.



Пасічник Роман Мирославович: 1979 – Спеціаліст – прикладна математика, Львівський державний університет ім. І. Франка; 1989 – к.ф.-м.н. – обчислювальна математика, Казанський університет; 1997 – доцент кафедри економічної кібернетики Тернопільського національного економічного університету; 2001 – заступник завідувача кафедри.



Піговський Юрій Романович: 2004 – Магістр – економічна кібернетика, Тернопільська академія народного господарства; 2005 – аспірант кафедри комп'ютерних наук Тернопільського національного економічного університету.



IDENTIFICATION OF MONOD-IYERUSALIMSKII SYSTEM WITH LOOPBACK CONTROL

Pasichnyk R. M.¹⁾, Pigovsky Y. R.²⁾

¹⁾ Economic Cybernetics Department, Ternopil National Economic University,
46004 Ternopil, 3 Peremoga sq., roman.pasichnyk@gmail.com

²⁾ Computer Science Department, Ternopil National Economic University,
46027 Ternopil, 5 Daleka str., pigovsky@gmail.com

Abstract: *Methods for structural and parametric identification of Monod-Iyerusalimskii system with loopback control are researched.*

Keywords: *structural identification, parametric identification, Monod-Iyerusalimskii system with loopback control, batch fermentation, microorganism systems cultivation.*

Evolution in biotechnologies of biofuel production, renewing of natural resources, food and pharmaceutical industries is related to research in processes of microorganism system's batch cultivation. Their dynamics is described using the Monod-Iyerusalimskii ODE systems [1-5].

For a sequence of technological processes it is important to take into account presence of the strange microorganism systems. During their functioning detrimental subproducts are synthesized. They harm quality of main product; such process is named "product contamination". It takes place in the case when the reproducing rate of strange microorganism systems is too high on any stage of fermentation process. Risk of contamination is especially strong for stuck fermentation processes, because a microorganism system, which adapts quicker than others continues to be dominant in the environment, ousting the others [6].

Decrease of contamination risk in an environment is possible through including of some additional volume of main product $P(t) = P_0$ at the beginning of process $t = 0$, repressing development of the strange microorganism system and insignificantly slowing down the development of the main microorganism system. Such inclusion is named loopback control via P_0 . Experimentally these processes are researched in work [6], where the model of delay in active process's phase is built, however a general model of its dynamics is not derived there. The present work is devoted to development of such model on the basis of the

Monod-Iyerusalimskii ODE systems (1), (2).

Parametric identification of model (1), (2) is based on approaches, which were formerly proposed to identification of autonomous Monod systems with an unobservable state variable. These approaches comprise a special procedure for evaluation of an initial guess of model parameters, mirror reflection method for consideration of natural limitations on the parameter values, special goal function, and charts of partitioning general identification task onto a sequence of subtasks with less dimensions, which is thoroughly described in [7, 8].

In order to considerate influence of an additional main product's volume P_0 on development of strange microorganism systems, the ODE system (1) is supplemented with Heaviside's functions, which simulate delays in process's active phase (lag-phase), see eq. (4), where $\lambda(P_0)$ – duration of lag-phase as dependence on initial intensity of main product (see eq. (5)), $\gamma\{t\}$ – a Heaviside's function.

When parametric identification is completed, the model (4) allows predictions of a process's dynamics. But experimental research lead to the necessity of discovering influence P_0 on the model coefficients A_1, A_2, A_3 to provide sufficient exactness in predictions of new process designs.

To determine how model coefficients are dependent on main product's initial intensity we use experimental base of [6] with five trajectories of $X(t)$ state variable in *Brettanomyces* microorganism system at different initial intensities of product

$P(0) = P_0$. Second state variable $S(t)$ is unobservable. In [9] it is discovered, that A_2 coefficient's dependence has an exponential form of (6).

We suppose, that A_1 and A_3 dependencies are exponential too. Using the parametric identification method [7, 8] the parameters of the system (4), (5) are estimated for each trajectory in the experimental base, mentioned above. Obtained results shows us, that four trajectories from the five have unlikely parameter values, which degenerate dynamics of their $X(t)$ state variable to horizontal lines after point with maximal concentration (absence of dying process in microorganisms dynamics). Such result is a sequent of incompleteness in experimental measurements at proper process's finishing phase. Nevertheless the last, fifth base's trajectory, – at maximal intensity of product $P_0 = P_{\max}$ – has plenitude of experimental measurements during all process time, allowing adequate estimations of its parameters.

Taking into account estimates of A_2 coefficient's value for boundary concentrations of the main product: $A_2\{P_{\min}\} = 0.003$ and $A_2\{P_{\max}\}$ we obtain a dependence, which form is depicted at fig. 1.

Including dependence (6) in procedure of A_1 and A_3 identification, a quasistability in values of A_1 is noticed. Values of A_1 are the same for all P_0 's except for $P_0 = P_{\min}$. Such behavior of A_1 is adequately simulated by an exponential dependence of (7) as shown at fig. 2.

Supplying the former procedure with (7) we receive a complex character in dependence of A_3 on P_0 . Its evolution would be presented in a view of three phases: quick decreasing, quick rising, and a transient phase (fig. 3). Such behavior is simulated using three-branched exponential formula (8).

Thus influence of P_0 on the model coefficients could be described by relations (6)–(8). For estimates, established on the basis of values $A_2\{P_{\min}\} = \{0.001, 0.002\}$, we built similar dependences, that confirms structural stability of the proposed mathematical model.

Table 1 shows relative errors in predictions of $X(t)$ trajectories for three estimates $A_2\{P_{\min}\} = \{0.001, 0.002, 0.003\}$, which are computed using (9), where $X_{sim}(t_i)$, $X_{real}(t_i)$ are model and experimental estimates of $X(t)$ state

variable at i^{th} time discrete, $X^* = X(t^*)$ is a maximal level of the state variable.

The maximal relative prediction error for proposed method is 5.08 %, which is of the same order as measuring error (see tab. 1). According to minimal relative error criteria, the most exact predictions are obtained for $A_2\{P_{\min}\} = 0.003$, that testify to its closeness to the true parameter value. Fig. 4 depicts dynamics of model and experimental $X(t)$ estimates for different P_0 's.

Table 2 contains coefficient values for exponential functions A_1 , A_2 , A_3 , which are described by (6)–(8). The closeness of $b_0 \div b_{13}$ values for various $A_2\{P_{\min}\}$ testify to structural stability of developed model.

The model, proposed here, would be used for forecasting dynamics of two-component Monod-Iyerusalimskii system, which describes interrelations between two microorganism systems.

CONCLUSIONS

The current study proposed an approach for structural synthesis of Monod-Iyerusalimskii model with controlled loopback under incompleteness of input data. The approach is based on lag-phase duration models [6] and methods for parametric identification of autonomous Monod-Iyerusalimskii systems with an unobservable state variable [7, 8].

Analysis of experimental data testify to their incompleteness for adequate estimations of A_2 coefficient. Using examinations of the process's partial trajectories and similar processes we received likely estimates of A_2 value at $P_0 = 0$. It allowed to built dependencies of A_1 , A_2 , A_3 on initial P_0 's intensity. Numeric results demonstrate that structure of the built model is invariant to estimates of coefficient's value in range $0.001 \leq A_2(P_{\min}) \leq 0.003$ under maximal error in order of 5 %. It gives grounds to treat the mathematical model as adequate to investigated process.

The proposed mathematical model would be used in predicting a batch cultivation process dynamics with two microorganism systems: a main (useful) and a strange (detrimental). Researching such model is of much practical importance for many biotechnological processes [1, 6, 10].