



МЕТОД ПОБУДОВИ МОДЕЛЕЙ ПОВЕДІНКИ СКЛАДНИХ СИСТЕМ НЕМАРКОВСЬКОГО ТИПУ У ВИГЛЯДІ ГРАФА СТАНІВ І ПЕРЕХОДІВ

Богдан Волочій, Леонід Озірковський, Ігор Кулик

Кафедра теоретичної радіотехніки та радіовимірювання,
Інститут телекомунікацій, радіоелектроніки та електронної техніки
Національний університет «Львівська політехніка»
вул. С.Бандери, 12, Львів, 79013,
e-mail: bvolochiy@ukr.net, lozirkovsky@polynet.lviv.ua, kulyk.iw@gmail.com

Резюме: *Об'єктом розгляду є процес побудови моделей поведінки дискретно-неперервних стохастичних систем немарковського типу за допомогою методу фаз Ерланга. На базі цього методу та з використанням удосконаленої технології моделювання дискретно-неперервних стохастичних систем марковського типу [1] розроблено метод побудови моделей складних систем немарковського типу у вигляді графа станів і переходів. Розроблений метод проілюстровано прикладом аналізу системи масового обслуговування.*

Ключові слова: *математична модель, поведінка системи, метод фаз Ерланга, марковська модель.*

THE METHOD OF BUILDING OF BEHAVIOR MODEL OF NON-MARKOV COMPLEX SYSTEMS AS A GRAPH OF STATES AND TRANSITIONS

Bohdan Y. Volochiy, Leonid D. Ozirkovsky, Ihor W. Kulyk

Department of Theoretical Radio Engineering and Radiomeasurement,
Institute of Telecommunications, Radioelectronics and Electronic Engineering
National University «Lviv Polytechnic»
12, Stepana Bandery Street, Lviv, 79013, Ukraine
e-mail: bvolochiy@ukr.net, lozirkovsky@polynet.lviv.ua, kulyk.iw@gmail.com

Abstract: *The goal of the paper is the construction of behavior models of discrete-continuous stochastic systems of non-Markov type by the method of Erlang's phases. The improved method of formalized construction of behavior models as a graph of states and transitions is developed. Since this method is a part of technology modeling discrete-continuous stochastic systems, now the process of construction of behavior systems of non-Markov type is automated.*

Keywords: *mathematical model, the behavior of the system, the method of phase of Erlang, Markov models.*

ВСТУП

Для побудови моделей поведінки складних технічних систем у вигляді дискретно-неперервної стохастичної системи (ДНСС) в [1] запропоновано технологію формування графа станів та переходів, ступінь формалізації якої дозволив автоматизувати цей процес. На основі цієї технології розроблено програмний модуль ASNA-1, призначений для визначення показників надійності (ймовірність безвідмовної роботи та середнє значення тривалості

безвідмовної роботи) відмовостійких систем [2]. Для об'єкта дослідження з довільною кількістю станів програмний модуль ASNA-1 здійснює безпомилкову побудову графа станів та переходів, що є важливим при розв'язанні проектних задач методом багатоваріантного аналізу. На основі графа, який представляє ДНСС [3] формується математична модель об'єкта дослідження у вигляді системи диференціальних рівнянь Колмогорова-Чепмена. Така модель накладає умову на об'єкт дослідження, яка полягає в тому, що тривалості

всіх процесів в ньому вважаються розподіленими за експоненційним законом розподілу.

Однак, для багатьох об'єктів дослідження така умова знижує ступінь адекватності моделі і вносить помилку в результат. Так в моделях відмовостійких систем з технічним обслуговуванням для тривалостей відновлення і в моделях систем масового обслуговування для тривалостей обслуговування заявок рекомендується використовувати закон розподілу Ерланга [7]. Дискретно-неперервні стохастичні системи, в яких існують процеси, тривалості яких описуються законами розподілу відмінними від експоненційного називають немарковськими. Для побудови моделей таких систем використовують метод фаз Ерланга (ФЕ) [3-6], який дозволяє немарковський дискретно-неперервний процес, тривалості якого розподілені за законом Ерланга апроксимувати марковським процесом. Згідно цього методу необхідно граф станів і переходів трансформувати, шляхом заміни відповідних станів ланцюжками фіктивних станів. Однак, використання цього методу без засобів автоматизації для об'єктів дослідження з великою кількістю станів є трудомісткою задачею.

В статті показано метод побудови моделей поведінки складних систем немарковського типу, в основу якого покладені: метод побудови моделей у вигляді графа, описаний в монографії [1] і метод фаз Ерланга.

1. УДОСКОНАЛЕННЯ ТЕХНОЛОГІЇ ПОБУДОВИ МОДЕЛЕЙ ПОВЕДІНКИ ДИСКРЕТНО-НЕПЕРЕРВНИХ СТОХАСТИЧНИХ СИСТЕМ

В роботах [8, 9, 10] проведено детальний розгляд особливостей використання методу ФЕ та запропоновано методику формалізованої побудови моделей поведінки систем немарковського типу на базі цього методу. Щоб зробити цю методику придатною для використання, в практиці моделювання поведінки складних технічних систем, в технологію моделювання, представлену в монографії [1], внесено ряд доповнень, які стосуються формування вербальної та побудови структурно-автоматної моделей. Внесені доповнення дозволяють здійснювати автоматизовану побудову моделі поведінки системи у вигляді графа станів та переходів, з використанням методу ФЕ, яку забезпечує (реалізує) програмний модуль ASNA-1.

Суть цих доповнень полягає в наступному:

1) При формуванні вербальної моделі

необхідно здійснити опис всіх подій, які можуть відбуватися в досліджуваній системі та провести їх класифікацію на базові та супутні. Для кожної базової події необхідно описати всі ситуації, в яких вона може відбуватися.

Для систем немарковського типу, з використанням методу ФЕ, із процесів, які протікають в системі необхідно виділити процеси, тривалість яких не можна представляти експоненційним законом розподілу. Для тривалостей цих процесів визначається математична модель реального закону розподілу ймовірності (густина розподілу $f(t)$, математичне очікування m_c , дисперсія σ^2).

Для використання цих даних при побудові моделей поведінки стохастичної системи за допомогою методу ФЕ, реальні закони розподілу необхідно апроксимувати за допомогою закону розподілу Ерланга або композиції кількох законів розподілу Ерланга. Здійснюється визначення параметрів апроксимуючого закону розподілу або композиції законів розподілу Ерланга (мова йде про порядок закону розподілу або так званий параметр форми n та параметр масштабу α , за допомогою яких апроксимується реальний закон розподілу).

2) Побудова структурно-автоматної моделі (САМ) здійснюється на основі вербальної моделі, яка задає вхідні дані у вигляді переліку базових подій та опису ситуацій (поданих умовами та обставинами), за яких ці події відбуваються.

З обраних базових подій визначаються ті події, які спричиняють процеси, тривалість яких не можна представляти експоненційним законом розподілу.

Для автоматизації процесу формування додаткових ланцюжків фіктивних станів згідно методу ФЕ, необхідно внести деякі зміни в методику формування структурно-автоматної моделі.

Кількість додаткових ланцюжків визначається кількістю законів розподілу Ерланга, які використовуються при апроксимації немарковських процесів в ДНСС, а кількість фіктивних станів в цих додаткових ланцюжках визначається порядком апроксимуючого закону розподілу Ерланга.

Формування вектора станів полягає у виборі компонент, які визначають стан системи (об'єкта дослідження) в кожен момент часу. Кількість компонент в описі поточного стану системи повинна відповідати кількості параметрів, зміну яких визначає поведінка об'єкта дослідження.

При використанні методу ФЕ необхідно призначити додаткові компоненти вектора стану, які визначають перебування ДНСС у фіктивних

станах додаткових ланцюжків. Кількість додаткових компонент вектора стану визначається кількістю процесів, тривалість яких розподілена не експоненційно. Поточне значення додаткової компоненти відображає на якій фазі додаткового процесу перебуває ДНСС. Початкове значення цієї компоненти відповідає кількості фаз додаткового процесу (кількості станів додаткового ланцюжка, які для об'єкта дослідження є фіктивними).

При формуванні множини формальних параметрів задаються значення інтенсивності потоків подій та константи, які визначають структуру об'єкта дослідження.

В побудову дерева правил модифікації компонент вектора стану внесено ряд доповнень. Згідно технології моделювання поданій в [1], у відповідній табличній формі, подається формалізований опис поведінки системи. За допомогою логічних функцій та математичних операцій над компонентами вектора станів проводиться опис умов та обставин, за яких відбуваються базові події.

Для базових подій, які спричиняють появу немарковських процесів в ДНСС необхідно сформулювати додаткові умови та обставини, які будуть визначати перебування у фіктивних станах додаткових ланцюжків.

При розгляді базової події, яка спричиняє появу в системі немарковського процесу, необхідно реальний закон розподілу його тривалостей апроксимувати за допомогою закону розподілу Ерланга n -го порядку. Тоді відповідні стани ДНСС необхідно замінити ланцюжком фіктивних станів. Кількість станів цього ланцюжка повинна бути рівною порядку закону розподілу Ерланга, який використовують для апроксимації. Для цього у вектор стану вноситься нова компонента V_k , початкове значення якої визначає кількість станів додаткового ланцюжка n .

Вигляд додаткового ланцюжка з значенням додаткової компоненти V_k для кожного стану зображено на рис. 1.

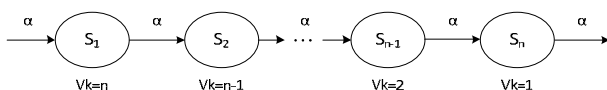


Рис. 1 – Додатковий ланцюжок фіктивних станів дискретно-неперервної стохастичної системи

Для цієї базової події крім умов та обставин, що описують ситуації в яких відбувається подія, необхідно додати дві ознаки, які будуть визначати перебування ДНСС у фіктивних станах $S_1 \dots S_n$ додаткового ланцюжка і

відповідно визначати процедуру його формування в структурі графа станів і переходів.

Перша ознака відображає перебування ДНСС в станах від S_1 до S_{n-1} . Ця ознака записується наступним чином $V_k \geq 2$, а правило модифікації компоненти вектора стану має вигляд $V_k := V_k - 1$.

Друга ознака відображає завершення перебування ДНСС в останньому стані додаткового ланцюжка. Формалізований запис цієї ознаки є таким $V_k = 1$. При формуванні правила модифікації компонент вектора стану необхідно повернути компоненті V_k початкове значення і змінити відповідні компоненти, які відображають перехід в наступний реальний стан об'єкта дослідження.

Розроблена структурно-автоматна модель об'єкта дослідження, з додатковою компонентою вектора стану та відповідними ознаками стану, вводиться в програмний модуль ASNA-1, який здійснює автоматизовану побудову графа станів та переходів об'єкта дослідження та розв'язує систему диференціальних рівнянь Колмогорова-Чепмена.

Розв'язання системи рівнянь дозволяє отримати розподіл ймовірностей перебування ДНСС у всіх станах S_k в довільний момент часу t , тобто $P_k(t)$.

Якщо в досліджуваній системі існують немарковські процеси, які розпочинаються не з початкового стану, то при заміні цих станів додатковим ланцюжком не вдається отримати вибраний для апроксимації закон розподілу Ерланга. Ця проблема розглядається в статті [8]. В цій статті показано, що використовуючи метод фаз Ерланга при побудові моделей складних систем необхідно перевіряти точність апроксимації, яку забезпечує апроксимуючий закон розподілу. Для цього на основі розподілу ймовірностей перебування системи в станах, проводиться розрахунок апроксимуючих еквівалентних інтенсивностей, які повинні описувати відповідний процес (відновлення, обслуговування тощо).

Після цього здійснюється формування виразу густини розподілу ймовірності для тривалості апроксимуючого процесу та розраховуються параметри апроксимуючого закону розподілу (математичне очікування m , дисперсія σ^2).

Перевірка точності апроксимації здійснюється шляхом порівняння параметрів реального закону розподілу, які визначаються при побудові вербальної моделі та розрахованих параметрів апроксимуючого закону розподілу.

Проводиться оцінка відповідності форми функцій густини розподілу ймовірності реального та апроксимуючого законів розподілу. Для цього оцінюється різниця між

математичними очікуваннями m_c та дисперсіями σ^2 обох законів розподілу.

Якщо математичне очікування апроксимуючого закону розподілу m_{ca} більше від значення математичного очікування реального закону розподілу m_{ct} , то значення інтенсивності переходів між додатковими станами необхідно збільшувати, а у протилежному випадку зменшувати.

Після того, як буде досягнута необхідна точність апроксимації реального закону розподілу, отриманий результат розв'язання системи диференціальних рівнянь Колмогорова-Чепмена вважається правильним.

Тепер можна приступити до формування показників ефективності досліджуваної системи. З отриманого розподілу ймовірностей перебування ДНСС у станах формують необхідні показники ефективності об'єкта дослідження. Наприклад, шляхом сумування ймовірностей перебування системи у відповідних станах.

2. ПРИКЛАД ЗАСТОСУВАННЯ УДОСКОНАЛЕНОЇ ТЕХНОЛОГІЇ МОДЕЛЮВАННЯ

Постановка задачі дослідження.

Розглядається система обробки інформації, моделлю якої є система масового обслуговування (СМО) з обмеженою чергою та одноканальним, однофазним і ненадійним обслуговуванням рис. 2 [1].

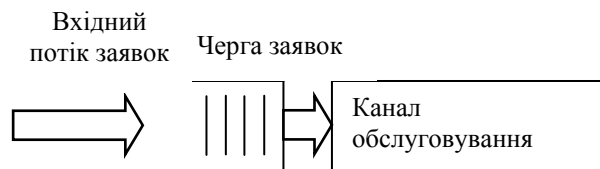


Рис. 2 – Система масового обслуговування з обмеженою чергою та одноканальним, однофазним і ненадійним обслуговуванням

Досліджувана система працює наступним чином: заявка, яка надходить при відсутності черги і незайнятому та працездатному каналі обслуговування поступає до нього на обслуговування. Якщо канал обслуговування зайнятий або несправний і в черзі є вільне місце, заявка яка надходить стає в чергу. Якщо канал обслуговування зайнятий або несправний і в черзі немає вільного місця, заявка яка надходить втрачається.

Часовий інтервал між заявками, для розглянутої СМО, розподілений за законом розподілу Ерланга 3-го порядку з густиною розподілу $f_{er}(t)$:

$$f_{er}(t) = \alpha \cdot e^{-\alpha t} \cdot \frac{(\alpha \cdot t)^{n-1}}{(n-1)!} \quad (1)$$

де α – параметр масштабу; n – параметр форми.

Канал обслуговування може виходити з ладу, причому втрата працездатності може статися коли канал є вільним, а може статися коли канал зайнятий обслуговуванням заявки. Заявка, яка обслуговується в момент появи порушення працездатності каналу, повертається в чергу, якщо в ній є вільне місце. Якщо вільного місця немає, вона втрачається. Порушення працездатності каналу обслуговування виявляється засобами контролю і після цього починається ремонт каналу обслуговування, який покладено на ремонтний орган. Кількість ремонтів каналу обслуговування не обмежено, причому ремонт завжди є успішним. Функція контролю стану працездатності каналу обслуговування виконується бездоганно, тобто ймовірність виявлення порушення працездатності рівна одиниці.

Показниками ефективності системи обробки інформації вибрано «ймовірність втрати заявки» та «ймовірність перебування заявки в каналі обслуговування».

Необхідно оцінити різницю між значеннями показників ефективності системи обробки інформації, якщо для проведення розрахунків в якості її моделі використано СМО $M|M|1|2$ і модель з вищим ступенем адекватності $E3|M|1|2$.

Розробка структурно-автоматних моделей. Для проведення дослідження здійснена розробка двох САМ. Перша САМ розроблена за умови, що ймовірнісною моделлю для інтервалів часу між вхідними заявками і для тривалостей обслуговування заявок є експоненційний закон розподілу. Друга САМ розроблена за умови, що ймовірнісною моделлю для інтервалів часу між вхідними заявками є закон розподілу Ерланга 3-го порядку, а для тривалостей обслуговування заявок – експоненційний закон розподілу.

Перелік базових подій. Для такої СМО характерними є такі базові події:

Подія 1. «Прихід заявки на обслуговування».

Подія 2. «Завершення обслуговування заявки».

Подія 3. «Втрата працездатності каналу обслуговування».

Подія 4. «Завершення ремонту каналу обслуговування».

Параметри моделі СМО, які відображені в структурно-автоматній моделі:

KF – кількість станів додаткового ланцюжка; для закону розподілу Ерланга 3-го порядку

$KF=3$;

λ – інтенсивність відмов каналу обслуговування;

μ – інтенсивність відновлення каналу обслуговування;

α – інтенсивність надходження заявки;

β – інтенсивність обробки заявки;

m – максимальна кількість заявок в черзі.

Компоненти вектора стану:

$V1$ – вказує на поточну кількість заявок в черзі; початкове значення $V1=0$; максимальне значення компоненти $V1=m$;

$V2$ – описує стан каналу обслуговування; 1 – канал справний і вільний; 2 – канал справний і зайнятий обслуговуванням заявки; 0 – канал несправний;

$V3$ – індикатор втрати заявок;

$V4$ – додаткова компонента, яка визначає перебування системи у фіктивних станах додаткового ланцюжка; початкове значення $V4=KF$.

Опис ситуацій, в яких відбуваються базові події:

Подія 1. «Прихід заявки на обслуговування».

Подія «Прихід заявки на обслуговування» закінчує інтервал часу «очікування чергової заявки». Для тривалостей цього інтервалу є справедливим закон розподілу Ерланга. Таким чином стани, в яких відбувається надходження в систему заявок, необхідно замінити додатковим ланцюжком, який складається з трьох фіктивних станів з інтенсивністю переходів між цими станами α .

Згідно технології моделювання в опис ситуацій, в яких відбувається подія 1, необхідно внести ознаки, які визначають процедуру формування додаткових ланцюжків графа станів і переходів.

Подія 1 є незалежною і відбувається без умови при трьох обставинах. Однак при представленні обставин треба врахувати, що реальна подія 1 відбудеться в останньому стані додаткового ланцюжка. А переходи між іншими (попередніми) станами ланцюжка ініціює також подія 1, але її слід вважати фіктивною. Тому у формалізоване представлення кожної обставини необхідно подати ознаку того, в який стан додаткового ланцюжка формується перехід (останній чи ні). Тобто обставини мають бути представлені двома підпунктами. Це важливо тому, що для кожної обставини необхідно задати різні правила модифікації компонент вектора станів.

Обставина 1а. Канал обслуговування є працездатним і вільним ($V2=1$), а черга заявок є порожньою ($V1=0$). Ознака перебування не в останньому стані додаткового ланцюжка

($V4 \geq 2$). Для обставини 1а правило модифікації компонент вектора стану має визначати перехід в наступний стан додаткового ланцюжка ($V4:=V4-1$).

Обставина 1б. Канал обслуговування є працездатним і вільним ($V2=1$), а черга заявок є порожньою ($V1=0$). Ознака перебування в останньому стані додаткового ланцюжка ($V4=1$). Тепер заявка, що надходить, поступає в канал обслуговування. Тому для обставини 1б правило модифікації компонент вектора стану має повернути компоненті $V4$ початкове значення ($V4:=KF$) і змінити стан каналу обслуговування ($V2:=2$).

Обставина 2а. Канал обслуговування є працездатним і зайнятий обслуговуванням заявки ($V2=2$) або несправний ($V2=0$). В черзі є заявки, проте вона не заповнена до кінця і ще залишається місце для заявок, які прибувають ($V1 < m$). Ознака перебування не в останньому стані додаткового ланцюжка ($V4 \geq 2$). Для обставини 2а правило модифікації компонент вектора стану має визначати тільки перехід в наступний стан додаткового ланцюжка ($V4:=V4-1$).

Обставина 2б. Канал обслуговування є працездатним і зайнятий обслуговуванням заявки ($V2=2$) або несправний ($V2=0$). Ознака перебування в останньому стані додаткового ланцюжка $V4=1$. В черзі є заявки, проте вона не заповнена до кінця і ще залишається місце для заявок, які прибувають ($V1 < m$). Для обставини 2б правило модифікації компонент вектора стану має повернути компоненті $V4$ початкове значення ($V4:=KF$) і змінити поточну кількість заявок в черзі ($V1:=V1+1$).

Обставина 3а. Канал обслуговування є працездатним і зайнятий обслуговуванням заявки ($V2=2$) або несправний ($V2=0$), а черга заявок є заповненою ($V1=m$). Ознака перебування не в останньому стані додаткового ланцюжка ($V4 \geq 2$). Для обставини 3а правило модифікації компонент вектора стану має визначати тільки перехід в наступний стан додаткового ланцюжка ($V4:=V4-1$).

Обставина 3б. Канал обслуговування є працездатним і зайнятий обслуговуванням заявки ($V2=2$) або несправний ($V2=0$), а черга заявок є заповненою ($V1=m$). В такому випадку новоприбула заявка втрачається, а правило модифікації компонент вектора стану для обставини 3б має повернути компоненті $V4$ початкове значення ($V4:=KF$) і змінити компоненту, яка сигналізує про втрату заявки ($V3:=1$).

Інтенсивність події 1 визначає параметр α .

Подія 2. «Завершення обслуговування»

заявки». Подія 2 відбувається за умови, що в каналі обслуговування є заявка ($V_2=2$) і процес в додатковому ланцюжку є завершеним ($V_4=KF$) та за наступних двох обставин:

Обставина 1. Черга заявок є порожньою ($V_1=0$). В такому випадку обслужена заявка звільнює канал обслуговування. Правило модифікації компонент вектора станів записується наступним чином ($V_2:=1$).

Обставина 2. Черга заявок не є порожньою ($V_1>0$). По завершенні обслуговування заявка покидає канал обслуговування, а в нього відразу надходить наступна заявка, яка знаходилась в черзі. Правило модифікації компонент вектора стану записується наступним чином ($V_1:=V_1-1$).

Інтенсивність події 2 визначає параметр β .

Подія 3. «Втрата працездатності каналу обслуговування». Подія 3 може відбуватися за умови, що канал обслуговування є працездатним ($V_2=1$) або ($V_2=2$) і додатковий процес, який моделює появу події 1, завершено ($V_4=KF$). Для події 3 існує три обставини:

Обставина 1. Канал обслуговування є справним і вільним ($V_2=1$) та черга заявок відсутня ($V_1=0$). Для обставини 1 правило модифікації компонент вектора стану має визначати перехід каналу обслуговування в непрацездатний стан ($V_2:=0$).

Обставина 2. Канал обслуговування зайнятий обслуговуванням заявки ($V_2=2$), а черга є порожньою ($V_1=0$) або не є заповненою до кінця ($V_1<m$). При втраті каналом працездатності заявка, яка в цей час обслуговувалась повертається в чергу, а канал переходить у непрацездатний стан. Тому правило модифікації компонент вектора стану має вигляд ($V_2:=0$); ($V_1:=V_1+1$).

Обставина 3. Канал обслуговування зайнятий обслуговуванням заявки ($V_2=2$), а черга є повністю заповненою ($V_1=m$). В такому випадку при втраті каналом працездатності заявка, яка в цей час обслуговувалась втрачається, а канал переходить в непрацездатний стан. Правило модифікації компонент вектора станів має вигляд ($V_2:=0$); ($V_3:=1$).

Інтенсивність події 3 визначає параметр λ .

Подія 4. «Завершення ремонту каналу обслуговування». Ця подія відбувається при умові, що канал обслуговування є непрацездатним ($V_2=0$) і додатковий процес, який моделює появу події 1, завершено ($V_4=KF$). Для події 4 існує дві обставини:

Обставина 1. Заявки в черзі відсутні ($V_1=0$). Для обставини 1 правило модифікації компонент вектора стану має визначати (задавати) перехід каналу обслуговування в працездатний стан ($V_2:=1$).

Обставина 2. В черзі є заявки ($V_1>0$). В цьому випадку канал обслуговування відразу отримує заявку, яка знаходилась в черзі. Для обставини 2 правило модифікації компонент вектора стану має визначати (задавати) перехід каналу обслуговування в стан зайнятий обслуговуванням заявки ($V_2:=2$), а також зменшення черги заявок ($V_1:=V_1-1$).

Інтенсивність події 4 визначає параметр μ .

Побудова графа станів та переходів. За допомогою програмного модуля ASNA-1, на основі розроблених САМ, отримано 2 моделі СМО у вигляді графа станів та переходів, зображених на рисунках 3 і 4.

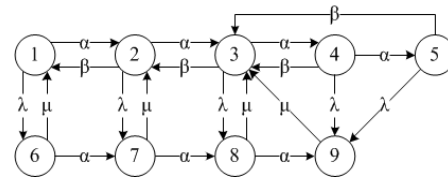


Рис. 3 – Модель СМО типу M|M|1|2 у вигляді графа станів та переходів, як ДНСС марковського типу

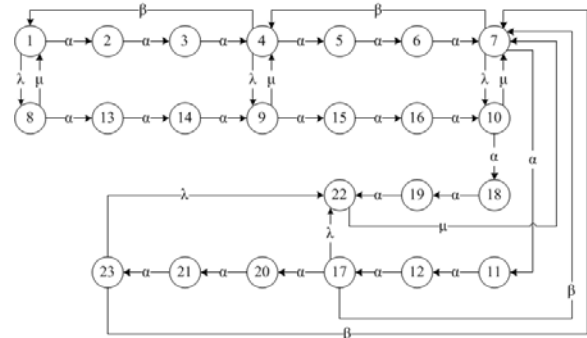


Рис. 4 – Модель СМО типу E3|M|1|2 у вигляді еквівалентного графа станів та переходів, як ДНСС марковського типу з використанням методу ФЕ

Формування показників ефективності досліджуваної системи. З використанням значень ймовірностей перебування в станах, отриманих в результаті розв'язання системи диференціальних рівнянь Колмогорова-Чепмена, здійснюється обрахунок необхідних показників ефективності, а саме «ймовірність втрати заявки» та «ймовірність перебування заявки в каналі обслуговування». В даному випадку показники ефективності формуються шляхом підсумовування ймовірностей перебування системи в певних станах.

Ймовірність втрати заявки розраховується, як сума ймовірностей перебування ДНСС у станах, де зафіксована втрата заявки. Для ДНСС марковського типу, граф станів якої зображено на рис. 3, це стани 5 і 6; для ДНСС немарковського типу, граф станів якої зображено

на рис. 4, це стани 22 і 23. Тому формули для розрахунку ймовірності втрати заявки мають такий вигляд:

$$P_{emp}(t) = P_5(t) + P_9(t) \quad (2)$$

$$P_{emp}(t) = P_{22}(t) + P_{23}(t) \quad (3)$$

Значення ймовірностей втрати заявки для СМО $M|M|1|2$ становить $P_{emp}=0,125$ і для $E3|M|1|2$ становить $P_{emp}=0,255$.

Ймовірність перебування заявки в каналі обслуговування розраховується, як сума ймовірностей перебування ДНСС у працездатних станах, в яких канал обслуговування зайнятий обслуговуванням заявки. Для ДНСС марковського типу рис. 3 це стани 2-5; для ДНСС немарковського типу це стани 4-7, 11, 12, 17, 20, 21, 23. Тому формули для розрахунку ймовірності перебування заявки в каналі обслуговування мають такий вигляд:

$$P_{обс}(t) = P_2(t) + P_3(t) + P_4(t) + P_5(t) \quad (4)$$

$$P_{обс}(t) = \sum_{i=4}^7 P_i(t) + P_{11}(t) + P_{12}(t) + P_{17}(t) + P_{20}(t) + P_{21}(t) + P_{23}(t) \quad (5)$$

Значення ймовірності перебування заявки в каналі обслуговування для СМО $M|M|1|2$ становить $P_{обс}=0,750$ і для $E3|M|1|2$ становить $P_{обс}=0,962$.

Отримана різниця між значеннями показників ефективності підтверджує доцільність ускладнення моделі об'єкта дослідження.

3. ВИСНОВКИ

Удосконалено технологію моделювання поведінки складних систем, математичне представлення яких відповідає ДНСС немарковського типу. Це удосконалення дозволяє здійснювати автоматизовану побудову графа станів та переходів для ДНСС немарковського типу з використанням методу фаз Ерланга за допомогою програмного модуля ASNA-1. Удосконалена технологія підвищує ступінь адекватності моделей складних систем за рахунок врахування реальних законів розподілу для тривалостей процедур, які з необхідною точністю можна апроксимувати за допомогою закону розподілу Ерланга.

Здійснено порівняння показників ефективності системи обробки інформації представленої марковською та немарковською ДНСС. Різниця між результатами підтверджує актуальність врахування реального закону розподілу при моделюванні поведінки складної системи.

4. СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- [1] Volochiy B. Y., *Technology Modeling Algorithms Behavior of Information Systems*, Lviv: Publishing National University «Lviv Polytechnic», 2004, 220 p. (in Ukrainian)
- [2] B. A. Mandzij, B. Y. Volochiy, L. D. Ozirkovskyy, M. M. Zmysnyy, I. W. Kulyk, Definition of options of strategy for disaster recovery fault-tolerant systems based on plurality of structure, *Bulletin «Lviv Polytechnic». Radio and telecommunications*, 705 (2011), pp. 216-224. (in Ukrainian)
- [3] Kochegarov V. A., Frolov H. A., *Designing of System Information Distribution: Markov and non-Markov models*, Moscow, Radio and Communication, 1991, 216 p. (in Russian)
- [4] Kenig D., Shtoyan D., *Methods of Queuing Theory*, Moscow, Radio and Communication, 1981, 128 p. (in Russian)
- [5] Raynshke K., Ushakov I. A., *Evaluation of Reliability of Systems Using Graph*, Moscow, Radio and Communication, 1988, 208 p. (in Russian)
- [6] Cox D., Smith W., *The Theory of Queues*, Translated from English by V. V. Rykova and J. B. Rozhdestvenskyy, edited by A. D. Solov'yev, Springer-Verlag, 1966, 221 p. (in Russian)
- [7] Bayhelt F., Franken P., *The Reliability and Maintenance. Mathematical approach: first with it*, Moscow, Radio and Communication, 1988, 392 p. (in Russian)
- [8] Volochiy B. Y., Ozirkovskyy L. D., Kulyk I. W., Formalization of designing of models of discrete-continuous stochastic systems by Erlang phase method, *Information extraction and processing. National Academy of Sciences of Ukraine. Interbranch collection of scientific papers*, (36) 112 (2012), Lviv. (in Ukrainian)
- [9] Mandzij B. A., Volochiy B. Y., Ozirkovskyy L. D., Kulyk I. W., *Automating of building behavior models of non-Markov systems, with using the method of Erlang phase*, *International Symposium «Reliability and Quality-2012»*, Penza, Russia, 2012. (in Russian)
- [10] Volochiy B., Ozirkovskyy L., Kulyk I. Automation of building of behavior models of the non-Markov discrete-continuous stochastic systems by the method of Erlang phases, *XIth International Conference «Modern problems of radio engineering, Telecommunications, and computer science»*, Lviv-Slavske, Ukraine, (February

2012). (in Ukrainian)



Волочій Богдан Юрійович, професор, доктор технічних наук, професор кафедри теоретичної радіотехніки і радіовимірювань Національного Університету «Львівська політехніка».

Автор понад 150 публікацій, зокрема 2 монографій, 2 навчальних посібників, 4 винаходів. Стаж педагогічної роботи у вищій школі – понад 35 років.

Наукові інтереси: теорія і практика системотехнічного проектування радіоелектронних інформаційних систем.



Озірковський Леонід Деонісійович, доцент, кандидат технічних наук, декан Інституту телекомунікацій, радіоелектроніки та електронної техніки, доцент кафедри теоретичної радіотехніки та радіовимірювань.

Стаж педагогічної роботи у вищій школі – понад 10 років.

Опубліковано понад 50 статей та 25 науково-методичних розробок, в тому числі 2 навчальних посібники.

Напрямок наукових досліджень – розроблення методів та засобів моделювання функціональної та надійнісної поведінки програмно-апаратних інформаційних систем.



Кулик Ігор Володимирович, аспірант кафедри теоретичної радіотехніки і радіовимірювань Національного Університету «Львівська політехніка». Автор 3 статей.

Напрямок наукових досліджень – розробка математичних моделей технічного обслуговування об'єктів інформаційної мережі зв'язку.



THE METHOD OF BUILDING OF BEHAVIOR MODEL OF NON-MARKOV COMPLEX SYSTEMS AS A GRAPH OF STATES AND TRANSITIONS

Bohdan Y. Volochiy, Leonid D. Ozirkovskyy, Ihor W. Kulyk

Department of Theoretical Radio Engineering and Radiomeasurement,
Institute of Telecommunications, Radioelectronics and Electronic Engineering
National University «Lviv Polytechnic»
12, Stepana Bandery Street, Lviv, 79013, Ukraine
e-mail: bvolochiy@ukr.net, lozirkovsky@polynet.lviv.ua, kulyk.iw@gmail.com

Abstract: *The goal of the paper is the construction of behavior models of discrete-continuous stochastic systems of non-Markov type by the method of Erlang's phases. The improved method of formalized construction of behavior models as a graph of states and transitions is developed. Since this method is a part of technology modeling discrete-continuous stochastic systems, now the process of construction of behavior systems of non-Markov type is automated.*

Keywords: *mathematical model, the behavior of the system, the method of phase of Erlang, Markov models.*

1. INTRODUCTION

To construct the behavior models of complex technical systems, such as a discrete-continuous stochastic systems (DCSS), in [1] proposed a method of forming the graph of states and transitions, the degree of formalization whose allowed to automate this process. This method is incorporated into the technology of modeling the behavior of complex systems [1], based on which developed a software ASNA-1. The software ASNA-1, intended for designing fault-tolerant systems, provides the error-free building of the graph of states and transitions and calculates indices of reliability (reliability as a function of time $R(t)$ and MTBF) fault-tolerant systems [2]. Based on the graph, the mathematical model of the research object is formed as a system of differential equations of the Kolmogorov-Chapman. This model imposes a condition on the object of research, which consists in that the duration of all processes in it are distributed according to exponential distribution law.

But, for many research objects, that condition reduces a degree of adequacy models and made an error in the result. For example, in models of fault tolerant systems with maintenance for the duration of recovery and in models of queuing systems for the duration of maintenance applications is recommended Erlang distribution law [7]. To build such models use the method of phase of Erlang (PE) [3-6], which allows non-markov discrete-continuous process, the duration whose are distributed by law

Erlang approximate by Markov processes. According to this method a graph of states and transitions need transform by replacing the corresponding states by chain of fictitious states. But using this method for objects of research with a large number of states without automation tools is time-consuming task.

2. THE IMPROVEMENT OF THE TECHNOLOGY OF BUILDING THE BEHAVIOR MODELS OF DISCRETE-CONTINUOUS STOCHASTIC SYSTEMS

In [8, 9, 10], has been performed the detailed consideration of features of using the method PE and proposed the method of formalized constructing of behavior models of systems non-markov type. This methodology allowed improved the method of constructing of behavior models as a graph of states and transitions. Such as the method is a component the technology modeling [1], the process of building of behavior model systems non-markov type is automated.

The essence of this improvement is follow:

1) In forming verbal model system for the duration of non-markov processes determined the mathematical model of the real law of probability distribution (density distribution $f(t)$, the mathematical expectation m_c , variance σ^2) and determined the parameters approximating the distribution or composition distribution laws Erlang.

2) In the method of construction of structure-

automatic model of the research object be included the following additions.

In forming the state vector need designate additional components of the vector state that define DCSS stay in fictitious states additional chains. The number of additional components of the vector state defined by the number of processes whose duration is non-exponentially distributed.

When building a event tree the basic events that cause the appearance non-markov processes DCSS, except the conditions that describe situations in which the event occurs, must be create two additional indicators, that will determine the staying system in n fictitious states additional chains in Fig. 1.

The first indicator reflects staying DNSS in fictitious states from S_1 to S_{n-1} . This indicator is written as follows $V_k > 2$, and a rule modification of component state vector has the form $V_k = V_{k-1}$.

The second indicator reflects the completion staying DCSS in the last position S_n of additional chain. Formalized recording of this sign is as $V_k = 1$. In forming the rules of modification component of the vector states need to set the initial value component V_k and change the appropriate components that reflect the transition to the next real state of the object of study.

Using the method of PE in most cases can not accurately reproduce the selected order Erlang distribution law. Therefore, after solving the differential equations necessary to verify the accuracy of approximation of the real distribution law. Checking the accuracy of the approximation, made by comparing the actual parameters of the real distribution law to be determined by the construction the verbal models and calculated parameters of the approximating distribution law.

3. CONCLUSIONS

The technology of modeling the behavior of complex systems, mathematical representation which corresponds DCSS non-markov type is improved. This improvement allows exercise the automated build of the graph of states and transitions for DCSS non-markov type using the method of phase of Erlang using the software ASNA-1. The improved technology increase the adequacy of models of complex systems by taking into account the real distribution laws for the duration of procedures with sufficient accuracy can be approximated by the distribution Erlang.

4. REFERENCES

- [1] Volochiy B. Y., *Technology Modeling Algorithms Behavior of Information Systems*, Lviv: Publishing National University «Lviv Polytechnic», 2004, 220 p. (in Ukrainian)
- [2] B. A. Mandzij, B. Y. Volochiy, L. D. Ozirkovskyy, M. M. Zmysnyy, I. W. Kulyk, Definition of options of strategy for disaster recovery fault-tolerant systems based on plurality of structure, *Bulletin «Lviv Polytechnic». Radio and telecommunications*, 705 (2011), pp. 216-224. (in Ukrainian)
- [3] Kochegarov V. A., Frolov H. A., *Designing of System Information Distribution: Markov and non-Markov models*, Moscow, Radio and Communication, 1991, 216 p. (in Russian)
- [4] Kenig D., Shtoyan D., *Methods of Queuing Theory*, Moscow, Radio and Communication, 1981, 128 p. (in Russian)
- [5] Raynshke K., Ushakov I. A., *Evaluation of Reliability of Systems Using Graph*, Moscow, Radio and Communication, 1988, 208 p. (in Russian)
- [6] Cox D., Smith W., *The Theory of Queues*, Translated from English by V. V. Rykova and J. B. Rozhdestvenskyy, edited by A. D. Solovyev, Springer-Verlag, 1966, 221 p. (in Russian)
- [7] Bayhelt F., Franken P., *The Reliability and Maintenance. Mathematical approach: first with it*, Moscow, Radio and Communication, 1988, 392 p. (in Russian)
- [8] Volochiy B. Y., Ozirkovskyy L. D., Kulyk I. W., Formalization of designing of models of discrete-continuous stochastic systems by Erlang phase method, *Information extraction and processing. National Academy of Sciences of Ukraine. Interbranch collection of scientific papers*, (36) 112 (2012), Lviv. (in Ukrainian)
- [9] Mandzij B. A., Volochiy B. Y., Ozirkovskyy L. D., Kulyk I. W., *Automating of building behavior models of non-Markov systems, with using the method of Erlang phase, International Symposium «Reliability and Quality-2012»*, Penza, Russia, 2012. (in Russian)
- [10] Volochiy B., Ozirkovskyy L., Kulyk I. W., Automation of building of behavior models of the non-Markov discrete-continuous stochastic systems by the method of Erlang phases, *XIth International Conference «Modern problems of radio engeneereng, Telecommunications, and computer science»*, Lviv-Slavske, Ukraine, (February 2012). (in Ukrainian)