



## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ САМООРГАНИЗАЦИИ И ЭВОЛЮЦИИ СИСТЕМ МЕТОДОМ НЕПРЕРЫВНЫХ АСИНХРОННЫХ КЛЕТОЧНЫХ АВТОМАТОВ

Владимир Жихаревич <sup>1)</sup>, Сергей Остапов <sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>Черновицкий факультет Национального технического университета  
“Харьковский политехнический институт”  
ул. Головна, 203А, 58000, г. Черновцы, Украина

<sup>2)</sup>Черновицкий национальный университет имени Юрия Федьковича  
ул. Коцюбинского, 2, 58012, г. Черновцы, Украина  
e-mail: sergey.ostapov@gmail.com

**Резюме:** Работа посвящена клеточно-автоматному моделированию на основе класса непрерывных асинхронных клеточных автоматов. Данный подход был апробирован на ряде хорошо известных задач: моделировании экспоненциальных зависимостей, явлений теплопереноса, диффузии и интерференции волн, поведения дискретных систем на примере игры Конвея “Жизнь”. Выполнено также моделирование процесса эволюции волнообразной системы, динамически преобразующейся в результате самоорганизации в ячеистую и ветвящуюся структуры. Для организации подобного рода эволюционного процесса метод непрерывных асинхронных клеточных автоматов был дополнен алгоритмом, который описывает неодинаковость правил локальных взаимодействий в разных клетках поля и дает возможность хаотическим образом изменять заданные правила.

**Ключевые слова:** клеточные автоматы, самоорганизация, эволюция, моделирование, синергетика, нелинейная динамика.

### ВВЕДЕНИЕ

Среди большого разнообразия методов моделирования особую роль занимают клеточно-автоматные модели. Традиционные клеточные автоматы являются дискретными динамическими системами, поведение которых полностью определяется локальными и повсюду одинаковыми правилами взаимодействий [1]. Несмотря на сравнительную простоту клеточных автоматов, моделируемые на их основе системы способны проявлять довольно сложную и интересную динамику. Анализируя причины возникновения и дальнейшего развития теории клеточных автоматов, а также многочисленные примеры удачного применения клеточно-автоматных моделей, можно прийти к выводу, что основное назначение этого метода – моделирование систем, учитывающих дискретность своих составляющих. Например, для адекватного моделирования свойств наноструктурных образований, микробиологических объектов, различного рода экологических, социальных, экономических и многих других

подобных систем, необходимо принимать во внимание индивидуальные особенности микроэлементов системы, поскольку первопричиной возникновения и развития любой макроструктуры является совокупность элементарных актов взаимодействий в системе на микроуровне. В связи с этим, весьма полезными и перспективными оказываются клеточно-автоматные методы моделирования процессов самоорганизации и эволюции систем. В то же время, классические клеточные автоматы, как это становится понятным сегодня, не способны описывать эволюционные процессы в традиционном биофизическом смысле этого понятия, что неизбежно приводит к необходимости создания более сложных и универсальных моделей. Целью данной работы как раз и является разработка таких клеточно-автоматных моделей, которые способны продемонстрировать качественную эволюционную динамику различного рода систем.

## 1. ОПИСАНИЕ МЕТОДА НЕПРЕРЫВНЫХ АСИНХРОННЫХ КЛЕТОЧНЫХ АВТОМАТОВ

Основное отличие рассматриваемого метода от других методов клеточно-автоматного моделирования заключается в особенностях организации правил локальных взаимодействий. Вычисление состояния двух взаимодействующих клеточных автоматов в каждый следующий момент времени в случае непрерывных клеточных автоматов напоминает процесс численного решения дифференциальных уравнений явными методами. В связи с этим, некоторые явные схемы конечно-разностного представления дифференциальных уравнений иногда называют непрерывными клеточными автоматами [2]. Существуют также клеточно-автоматные модели, для которых правила локальных взаимодействий записываются в виде обыкновенных дифференциальных уравнений – модели класса КА-ОДУ [3].

Рассмотрим метод непрерывных асинхронных клеточных автоматов, который используется в данной работе. Структура клеточного автомата на двумерном поле клеток изображена на рис. 1. Клеточный автомат представляет собой совокупность некоторых характеристик, принимающих, в общем случае, непрерывные вещественные значения. Обозначим через  $c_j^i$  величину  $j$ -й характеристики  $i$ -го клеточного автомата. Каждая характеристика  $j$  может иметь определенный физический смысл, например: концентрация некоторого вещества, напряжённость поля, энергетическая характеристика и т. д. Очевидно, что общее количество характеристик  $N$  напрямую связано со сложностью моделируемых систем. Можно сказать, что  $N$  – количество параметров микрообъектов, которые необходимо учитывать при моделировании системы.

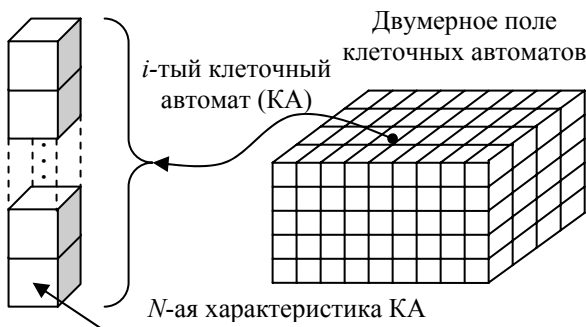


Рис. 1. – Структура клеточного автомата

Процесс моделирования в нашем случае происходит в соответствии с алгоритмом, суть

которого состоит в непрерывном повторении следующих трёх шагов:

1. На клеточном поле случайным образом определяются координаты некоторой  $i$ -той клетки  $c^i$ , причем вероятность выбора для всех клеток поля одинакова.

2. Случайным образом определяются координаты соседней с  $c^i$  клетки –  $c^k$ . В данном случае возможны различные схемы соседства: 4-, 6-, 8-клеточные и другие.

3. Две выбранные соседние клетки взаимодействуют между собой, т.е. по величинам характеристик клеток в некоторый момент времени  $t$  (входные данные) и правилам взаимодействий (функцией преобразования) вычисляются величины характеристик клеток в следующий момент времени  $t+1$  (выходные данные).

Отметим, что приведённая тут схема случайного определения локализации взаимодействующих клеток позволяет при реализации данного алгоритма на компьютере использовать одну “временную плоскость” (один массив для хранения информации обо всём поле клеточных автоматов) вместо двух, как это обычно делается. Кроме того, такая схема более приближена к реальным физическим системам, в которых локальные микровзаимодействия, в основном, происходят асинхронно, неупорядоченно и независимо.

Правила взаимодействия представляются в виде системы итерационных функций следующего вида:

$$\begin{cases} c_j^i = F_j^i(c_1^i, c_2^i, \dots, c_N^i, c_1^k, c_2^k, \dots, c_N^k) \\ c_j^k = F_j^k(c_1^i, c_2^i, \dots, c_N^i, c_1^k, c_2^k, \dots, c_N^k) \end{cases}, \quad (1)$$

где  $j = 1, 2, \dots, N$ . Явный вид функций  $F$  в формуле (1) зависит от природы конкретной моделируемой системы и напрямую связан с возможностью декомпозиции сложных процессов взаимодействий на элементарные акты. Это означает, что в общем случае нужно формулировать функции  $F$  как суперпозицию элементарных актов взаимодействий, имеющих конкретный физический смысл. К примеру, это может быть увеличение или уменьшение некоторой характеристики, градиентное или диффузионное перемещение, преобразование одной характеристики в другую и т. д. Интенсивность различных элементарных актов взаимодействий, как правило, разная, что можно учитывать, введя некоторые параметры – “коэффициенты активности”.

Моделирование эволюционных процессов в системах проводилось, исходя из следующих соображений. Системы, имеющие способность к самоорганизации и эволюции, как известно, должны быть, прежде всего, открытыми [4]. Открытость системы предусматривает свободный обмен веществом и энергией с окружающей средой, причём физические свойства частиц вещества могут иметь самый разнообразный характер. Это неизбежно приводит к случайному “возникновению” частиц с новыми свойствами, что необходимо предусмотреть. В связи с этим, возникает необходимость в модификации данного метода некоторым алгоритмом, предусматривающим локальный и изменчивый характер межклеточных взаимодействий, интенсивность которых можно регулировать с помощью коэффициентов активности. Например, глобальное правило взаимодействий, одинаковое для всех клеток поля, может содержать в себе функцию передвижения частиц, но если соответствующий коэффициент активности некоторой клетки примет нулевое значение, то частица неподвижна. Изменчивость локальных правил взаимодействий может состоять, например, в хаотическом изменении коэффициентов активности клеток.

## 2. ПРИМЕРЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для демонстрации возможностей клеточно-автоматного моделирования на основе класса непрерывных асинхронных клеточных автоматов рассмотрим ряд хорошо известных моделей: изменение некоторой величины по экспоненциальному закону, явления теплопереноса, диффузии, интерференции волн, а также динамику дискретных систем на примере игры Конвея “Жизнь”.

### 2.1. ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ

Как известно, процесс экспоненциального роста описывается следующим дифференциальным уравнением:

$\frac{d}{dt} p(t) = c \cdot p(t)$ , с начальным условием  $p(0) = p_0$ , решение которого имеет вид:  $p(t) = p_0 \exp(c \cdot t)$ . На рис. 2а изображён график функции  $p(t)$  для следующих значений параметров:  $p_0 = 1$ ,  $c = 1.2$ .

В случае клеточно-автоматного моделирования рассматриваемого процесса на двумерном поле клеток размером  $100 \times 100$ ,

система (1) будет иметь вид следующей итерационной функции:  $c_1^i = c_1^i + 0.01 \cdot c_1^i$ , где  $i = 1, 2$  – индексы двух взаимодействующих клеток. Рост параметра  $c_1$  со временем полностью совпадает с графиком, изображённым на рис. 2а, причём временной параметр  $t = 5$  соответствует количеству межклеточных взаимодействий равному 3000000.

Аналогичным образом, можно описать процесс экспоненциального уменьшения некоторой величины. Результаты моделирования изображены на рис. 2б.

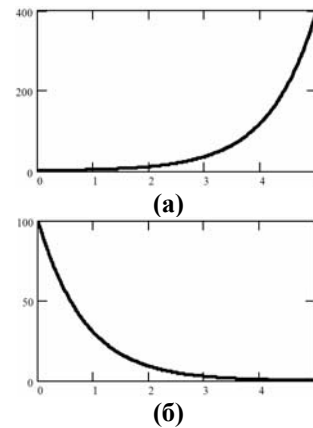


Рис. – 2. а) Временная зависимость экспоненциального роста некоторой величины. б) Временная зависимость экспоненциального уменьшения некоторой величины

### 2.2. ЯВЛЕНИЕ ТЕПЛОПЕРЕНОСА

Как известно, распределение температуры в стационарном режиме для двумерного случая описывается уравнением Лапласа следующего вида:

$$\frac{\partial^2 T(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x, y)}{\partial y^2} = 0.$$

На рис. 3а приведено решение данного уравнения для пластины размером  $D \times D$  со следующими граничными условиями: по периметру пластины  $T(x, y) = 0^\circ C$ ,  $T(0.5D, 0.5D) = -100^\circ C$ ,  $T(0.9D, 0.5D) = 100^\circ C$ ,  $T(0.75D, 0.75D) = 100^\circ C$ ,  $T(0.75D, 0.25D) = 100^\circ C$ . Диапазон температур между изолиниями –  $10^\circ C$ .

В случае клеточно-автоматного моделирования рассматриваемого процесса на двумерном поле клеток размером  $100 \times 100$ , система (1) будет иметь вид следующей итерационной функции:  $c_1^i = c_1^i + 0.5 \cdot s \cdot (c_1^i - c_1^1)$ , где  $i = 1, 2$  – индексы двух взаимодействующих

клеток,  $s = +1$  при  $i = 1$ ,  $s = -1$  при  $i = 2$ . На рис. 3б изображена картина распределения температуры в стационарном режиме для двумерного случая клеточно-автоматного моделирования теплопереноса с граничными условиями, описанными выше.

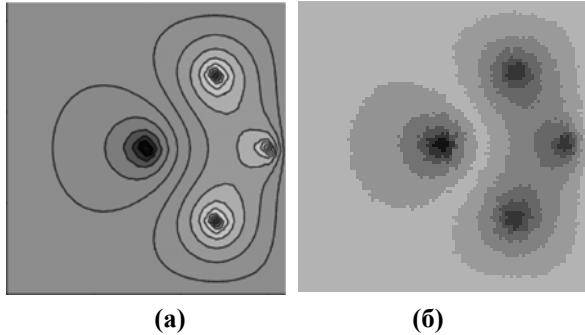


Рис. 3. – а) Изолинии результатов решения дифференциального уравнения Лапласа. б) Результаты клеточно-автоматного моделирования теплопереноса

### 2.3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИФФУЗИИ

Процесс диффузии, как и в предыдущем примере, описывается уравнением Лапласа, которое в нестационарном режиме для двумерного случая имеет следующий вид:

$$D \cdot \left( \frac{\partial^2 C(x, y, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C(x, y, t)}{\partial y^2} \right) = C(x, y, t),$$

где  $C(x, y, t)$  – концентрация вещества в точке с координатами  $x, y$  в момент времени  $t$ ,  $D$  – коэффициент диффузии.

В случае клеточно-автоматного моделирования рассмотрим непрерывную и дискретную модели диффузии. Для непрерывной модели с максимальным коэффициентом диффузии система (1) будет иметь вид функции, полностью совпадающей с функцией, описывающей теплоперенос:  $c_1^i = c_1^i + 0.5 \cdot s \cdot (c_1^2 - c_1^1)$ , причём множитель 0.5 определяет коэффициент диффузии и может меняться в диапазоне  $0 \div 0.5$ . Если принять данный множитель равным единице, то получим функцию взаимодействий, описывающую дискретную диффузию:  $c_1^i = c_1^i + s \cdot (c_1^2 - c_1^1)$ . В этом случае коэффициент диффузии должен иметь вид некоторой вероятностной функции, принимающей значения 0 или 1 с определённой степенью вероятности.

На рис. 4 изображена картина диффузионной динамики на поле клеток размером  $100 \times 100$ . Рис. 4а изображает начальное состояние диффундирующих частиц, а на рис. 4б и 4в

изображены состояния диффундирующих частиц для непрерывного и дискретного случаев соответственно, в момент времени, соответствующему количеству межклеточных взаимодействий равному 3000000. Граничные условия следующие:  $C(x, y, t) = 0$  при  $x = 0$ ,  $x = 100$ , и при любом  $y$  и  $t$ .

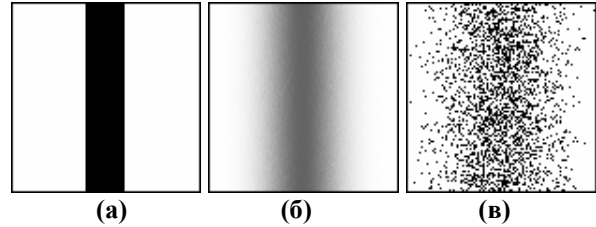


Рис. 4. – Клеточно-автоматное моделирование диффузионной динамики: а) начальное состояние, б) непрерывная диффузия, в) дискретная диффузия

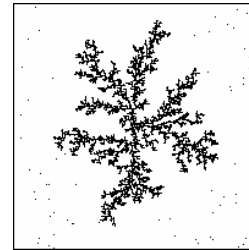


Рис. 5. – Результаты клеточно-автоматного моделирования дендритного роста за счёт диффундирующих дискретных частиц

Небольшое дополнение описанной модели дискретной диффузии может привести к известной дискретной модели дендритного роста, изображённого на рис. 5 (размеры клеточно-автоматного поля  $200 \times 200$ ). Для этого необходимо ввести дополнительный параметр моделируемой системы, который бы учитывал возможность диффузионного передвижения частиц по полю (например, при нулевом значении параметра движение частицы запрещено, а при единичном – разрешено). В случае клеточно-автоматного моделирования рассматриваемого процесса, система (1) будет иметь вид:

$$\begin{cases} c_1^i = c_1^i + s \cdot (c_1^2 - c_1^1) \cdot (1 - c_2^1) \cdot (1 - c_2^2) \\ c_2^i = c_2^i + c_2^{i+s} \cdot (1 - c_2^i) \cdot c_1^i \end{cases}$$

Данная система отображает 2-слойную структуру двумерного поля клеточных автоматов. Слой  $c_1$  соответствует наличию или отсутствию дискретной частицы,  $c_2$  – возможности диффузионного передвижения частиц по полю.

## 2.4. ЯВЛЕНИЕ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ ВОЛН

Рассмотрим ситуацию распространения волн, генерируемых двумя синусоидальными источниками, которые находятся на некотором расстоянии друг от друга. В результате наложения волн, будет наблюдаться интерференционная картина. На рис. 6а представлен двумерный график двух синусоидальных функций  $I \cdot \sin(R)$ , где

$R = \sqrt{(x \pm \Delta x)^2 + y^2}$ ,  $\Delta x$  – смещение источника относительно центра плоскости. В данном случае учтено, что интенсивность (амплитуда) колебаний для двумерного случая обратно пропорциональна расстоянию до источника колебаний:  $I \sim R^{-1}$ .

Для клеточно-автоматного моделирования интерференции на двумерном поле клеток размером  $200 \times 200$ , система (1) будет иметь аналогичный предыдущему случаю вид, но с другими весовыми коэффициентами:

$$\begin{cases} c_1^i = c_1^i + 0.05 \cdot c_2^i + 0.001 \cdot s \cdot (c_1^2 - c_1^1) \\ c_2^i = c_2^i + 0.01 \cdot (c_1^{i+s} - c_1^i) + 0.001 \cdot s \cdot (c_2^2 - c_2^1) \end{cases}$$

Слой  $c_1$  соответствует величине смещения элементов вещества,  $c_2$  – величине скорости элементов. Последние слагаемые в функциях учитывают диффузионное рассеивание (потерю) энергии волн.

Рис. 6 демонстрирует результаты моделирования интерференции двух волн. На рис.6а показаны результаты интерференции двух синусоидальных колебаний. На рис. 6б изображён результат клеточно-автоматного моделирования интерференции. Расстояние между источниками – 20, граничное условие в источниках колебаний –  $c_1^j = c_1^k = \sin(t)$ , где  $j, k$  – индексы источников,  $t = t + 0.0000005$  на каждом очередном шаге взаимодействий между клетками.

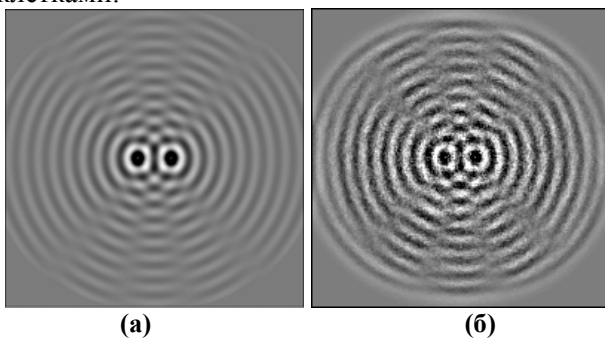


Рис. 6. – а) двумерное изображение интерференции двух синусоидальных функций, б) клеточно-автоматное моделирование интерференции

## 2.5. МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ НА ПРИМЕРЕ ИГРЫ КОНВЕЯ “ЖИЗНЬ”

Продemonстрируем возможность метода непрерывных асинхронных клеточных автоматов при моделировании динамики дискретных систем на примере известной игры Конвея “Жизнь”.

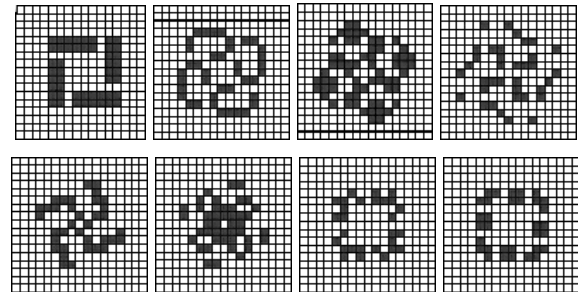


Рис. 7. – Периодически повторяющиеся фрагменты “турбины”

Для этого выполним моделирование известного образования “турбина”, повторяющиеся фрагменты которого представлены на рис.7. В этом случае система (1) будет иметь вид:

$$\begin{cases} c_1^i = c_1^i + c_1^i \cdot F1(c_2^i) \cdot P(c_3^i) + (1 - c_1^i) \cdot F2(c_2^i) \cdot P(c_3^i) \\ c_2^i = (c_2^i + c_1^{i+s}) \cdot (1 - P(c_3^i)) \\ c_3^i = (c_3^i + 1) \cdot (1 - P(c_3^i)) + 0.5 \cdot s \cdot (c_3^2 - c_3^1) \cdot D(c_3^1) \end{cases}$$

Данная система отображает 3-слойную структуру двумерного поля клеточных автоматов. Слой  $c_1$  соответствует признаку живой (“1”) / неживой (“0”) клетки,  $c_2$  – слой подсчёта количества соседей,  $c_3$  – слой временной синхронизации. Функции, содержащиеся в данной системе, имеют следующий смысл:  $F1(c_2^i)$  – функция гибели клетки;  $F2(c_2^i)$  – функция рождения клетки;  $P(c_3^i)$  – пороговая функция, определяющая момент изменения состояния клетки;  $D(c_3^1)$  – функция, обеспечивающая временную синхронизацию в разных точках клеточно-автоматного поля в моменты времени, отдалённые от порогового значения.

В отличие от предыдущих примеров моделирования, где использовалась 4-клеточная схема соседства, в данном случае была использована 8-клеточная схема соседства. Фрагменты асинхронного пошагового (56 шагов) изменения начального вида образования “турбина” представлены на рис. 8.

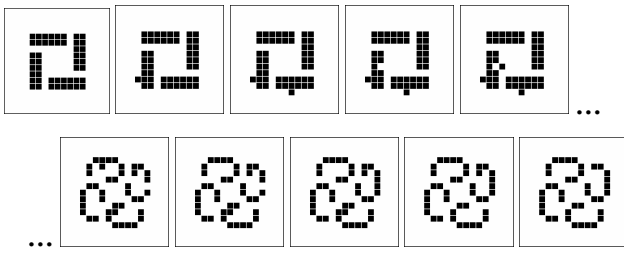


Рис. 8. – Один из вариантов асинхронного перехода между первым и вторым временным фрагментом “турбины”

### 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ С ЭЛЕМЕНТАМИ САМООРГАНИЗАЦИИ И ЭВОЛЮЦИИ

Рассмотрим модель некоторой системы взаимодействующих объектов, представляющую собой модификацию классической системы “хищник – жертва”. Суть модификации заключается в расширении функциональных возможностей взаимодействий. Пусть в качестве питательной среды для “хищников” (т.е. “жертвы”) выступает вода в грунте, а “хищниками” будут особи, для выживания которых необходимо потребление воды. Прирост питательной среды можно представить в виде самопроизвольного роста уровня грунтовых вод. Предусмотрим в модели также возможность градиентного течения вод в грунте. “Хищники”, в свою очередь, могут хаотически передвигаться по полю в поисках воды и вкапываться в грунт. Грунт обладает способностью к “самовыравниванию”, т.е. чем глубже “хищник” вкапывается в грунт, тем интенсивнее место копания засыпается.

При полном отсутствии потребителей воды и любом начальном уровне грунтовых вод, последние, с течением времени, поднимутся на поверхность. С появлением потребителей, в условиях насыщения питательной средой, начнется процесс интенсивного её поглощения и, соответственно, интенсивного размножения потребителей. По мере истощения питательной среды будет расти интенсивность гибели потребителей. Предусмотрим также процесс конкуренции, суть которого состоит в большей “выживаемости” тех потребителей, основной функцией которых является вкапывание в грунт, поскольку передвигающиеся потребители неизбежно окажутся на поверхности, где питательной среды уже будет недостаточно для размножения. В отсутствие конкуренции динамика системы, будет иметь автоколебательный (волнообразный) характер, аналогичный классической системе “хищник – жертва”. При наличии такого типа конкуренции потребителей

выживут те из них, преобладающим свойством которых является вкапывание в грунт, и система приобретёт стационарный характер в виде ячеистой структуры (рис. 9). Функции взаимодействий представлены системой (2).

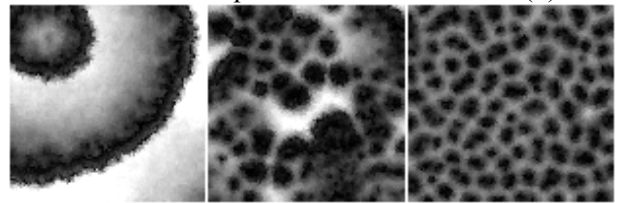


Рис. 9. – Эволюция волнообразной системы в систему с ячеистой структурой

$$\begin{cases} c_1^i = c_1^i + k_{11} \cdot c_1^i + k_{12} \cdot s \cdot (c_1^2 - c_1^1) + k_{13} \cdot c_1^i \cdot c_4^i \cdot (c_1^h - c_1^i) \times \\ \quad \times [1 - 1 / (1 + \exp(10 \cdot (c_1^i - c_1^{nop})))] \\ c_2^i = c_2^i + k_{21} \cdot (c_2^h - c_2^i) + k_{22} \cdot s \cdot (c_2^2 - c_2^1) + k_{23} \cdot c_1^i \cdot c_2^i + \\ \quad + k_{24} \cdot c_2^i \cdot |c_4^2 + c_2^2 - c_4^1 - c_2^1| \\ c_3^i = c_3^i + k_{31} \cdot (c_3^h - c_3^i) + k_{32} \cdot s \cdot (c_3^2 - c_3^1) + k_{33} \cdot (c_2^i - c_3^i) / \\ \quad / (1 + \exp(10 \cdot (c_2^i - c_3^i))) + k_{34} \cdot c_3^i \cdot |c_4^2 + c_2^2 - c_4^1 - c_2^1| \\ c_4^i = c_4^i + k_{41} \cdot s \cdot (c_4^2 + c_2^2 - c_4^1 - c_2^1) + k_{42} \cdot c_4^i \cdot c_1^i + k_{43} \times \\ \quad \times (c_2^i - c_3^i) / (1 + \exp(10 \cdot (c_2^i - c_3^i))) \end{cases} \quad (2)$$

где  $i = 1, 2$  – индексы двух взаимодействующих клеток;  $s = +1$  при  $i = 1$ ,  $s = -1$  при  $i = 2$ . Система (2) отображает 4-слойную структуру двумерного поля клеточных автоматов. Слой  $c_1$  соответствует концентрации потребителей воды,  $c_2$  – уровню грунта,  $c_3$  – уровню грунтовых вод,  $c_4$  – уровню поверхностных вод.  $k_{ij}$  – коэффициенты активности, имеющие следующие значения (для случая, изображённого на рис. 10):  $k_{11} = -0.1$  – интенсивность самопроизвольного уменьшения концентрации потребителей,  $k_{12}$  – интенсивность градиентного перемещения потребителей,  $k_{13} = 0.0001$  – интенсивность роста потребителей за счёт поглощения поверхностных вод ( $c_1^h = 100$  – предельная концентрация (насыщение),  $c_1^{nop} = 10$  – пороговое значение для концентрации потребителей, при котором начинается интенсивный рост в процессе поглощения воды),  $k_{21} = 0.005$  – интенсивность самопроизвольного роста уровня грунта ( $c_2^h = 100$  – предельная концентрация (насыщение)),  $k_{22} = 0.3$  – интенсивность градиентного перемещения грунта,  $k_{23}$  – интенсивность выкапывания грунта

потребителями,  $k_{24} = -0.01$  – интенсивность эрозии (размытие) грунта при перемещении поверхностных вод,  $k_{31} = 0.01$  – интенсивность самопроизвольного роста уровня грунтовых вод ( $c_2'' = 100$  – предельная концентрация (насыщение)),  $k_{32} = 0.5$  – интенсивность градиентного перемещения грунтовых вод,  $k_{33} = 1$  – интенсивность уменьшения грунтовых вод за счёт их преобразования в поверхностные,  $k_{34} = -0.01$  – интенсивность уменьшения уровня грунтовых вод за счёт эрозии (размытия) грунта при перемещении поверхностных вод,  $k_{41} = 0.5$  – интенсивность градиентного перемещения поверхностных вод по поверхности грунта,  $k_{42} = -0.005$  – интенсивность уменьшения уровня поверхностных вод за счёт их поглощения потребителями,  $k_{43} = -1$  – интенсивность роста поверхностных вод за счёт их преобразования из грунтовых.

Коэффициенты активности  $k_{12}$  (интенсивность градиентного перемещения потребителей) и  $k_{23}$  (интенсивность выкапывания грунта потребителями) хаотическим образом изменяются. Причём данное изменение ограничим некоторым законом сохранения “трудовой активности”: или же частица перемещается по полю, или же она вкапывается в грунт. Обозначим через  $\xi$  случайную величину, хаотически изменяющуюся в диапазоне  $[0..1]$ , тогда коэффициенты активности  $k_{12}$  и  $k_{23}$  представим следующим образом:  $k_{12} = 0.5 \cdot \xi$ ,  $k_{23} = 0.01 \cdot (1 - \xi)$ . Кроме того, привяжем степень хаотичности  $\xi$  с уровнем заселённости клетки поля, т.е. если концентрация потребителей уменьшается, то интенсивность хаотического изменения  $\xi$  принимает ненулевое значение, а при увеличении концентрации потребителей интенсивность хаотического изменения  $\xi$  равна нулю. Таким образом, величина  $\xi$  в каждой отдельной клетке поля может изменяться, что, в свою очередь приводит к конкуренции свойств взаимодействующих частиц, и, как видно из рис. 10, более “выживаемы” те частицы, для которых  $\xi \rightarrow 0$ .

Система (2) учитывает также и эрозию (размытие) грунта при перемещении поверхностных вод. Данный процесс может привести к возникновению ветвящейся структуры рельефа грунта. Поскольку

поверхностные воды перемещаются вдоль градиента поверхности грунта и при этом размывают его, то случайное возникновение углубления будет саморазрастаться по длине и саморегулироваться по ширине за счёт взаимодействия следующих механизмов: увеличение потока воды вследствие градиентного притока поверхностных вод, размывание грунта потоком воды, самовыравнивание (градиентное движение) грунта. Результат моделирования подобной ситуации изображён на рис. 10.

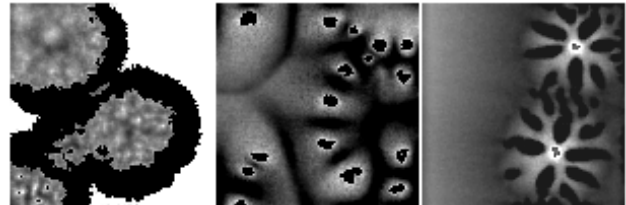


Рис. 10. – Эволюция волнообразной системы в систему с ветвящейся структурой

Функции взаимодействия, в данном случае, представлены той же системой (2), но значения коэффициентов активности несколько иные, а именно:  $k_{11} = -0.3$ ,  $k_{12} = 0.5 \cdot \xi$ ,  $k_{13} = 0.0001$ ,  $k_{21} = 0.005$ ,  $k_{22} = 0.03$ ,  $k_{23} = 0.01 \cdot (1 - \xi)$ ,  $k_{24} = -0.007$ ,  $k_{31} = 0.015$ ,  $k_{32} = 0.05$ ,  $k_{33} = 1$ ,  $k_{34} = -0.007$ ,  $k_{41} = 0.5$ ,  $k_{42} = -0.0003$ ,  $k_{43} = -1$ .

Как видно из рис. 10, в процессе конкуренции потребителей, как и прежде, выживают те из них, преобладающим свойством которых является вкапывание в грунт, но при этом в наиболее выгодных условиях для выживания и существования находятся потребители, вокруг которых самоорганизовалась ветвящаяся структура притока питательной среды.

Рассмотрим теперь вопрос о возможности непосредственного нахождения правил взаимодействия клеточных автоматов исходя из картины, образующейся при их взаимодействиях. Этот вопрос сегодня остаётся открытым. На примере исследуемой в этой работе модели видно, что одной из причин, усложняющих прямое определение правил взаимодействия, является ее многофакторность, когда на один и тот же параметр структуры могут влиять различные весовые коэффициенты и параметры функций  $F_i$ .

Например, в рамках исследуемой модели, если в системе (2) принять следующие значения весовых коэффициентов  $k_{ij}$ :  $k_{11} = -0.05$ ,

$k_{12} = 0.5 \cdot \xi$ ,  $k_{13} = 0.0001$ ,  $k_{21} = 0.02$ ,  
 $k_{22} = 0.35$ ,  $k_{23} = 0.001 \cdot (1 - \xi)$ ,  $k_{24} = -0.003$   
 $k_{31} = 0.01$ ,  $k_{32} = 0.5$ ,  $k_{33} = 1$ ,  $k_{34} = -0.003$ ,  
 $k_{41} = 0.5$ ,  $k_{42} = -0.001$ ,  $k_{43} = -1$ , мы получим в результате процесс зарождения и роста так называемой “тонкой” траншейной структуры, изображенной на рис.11. Аналогичным образом можно получить и качественно другие структуры, например ячеистые, динамика возникновения которых показана на рис.12.

При этом переход от одной структуры к другой может определяться независимо различными весовыми коэффициентами. Например, картина, изображённая на рис. 12, может быть получена, если  $k_{11} = -0.1$ , или  $k_{21} = 0.04$ , или при  $k_{42} = -0.002$  и т.д.

Таким образом, процедура нахождения явного вида функций взаимодействий, а также значения параметров, которые они содержат, является полуэмпирической задачей, а успех моделирования зависит от понимания моделируемой системы, выделения основных составляющих системы и определения взаимосвязей между ними.

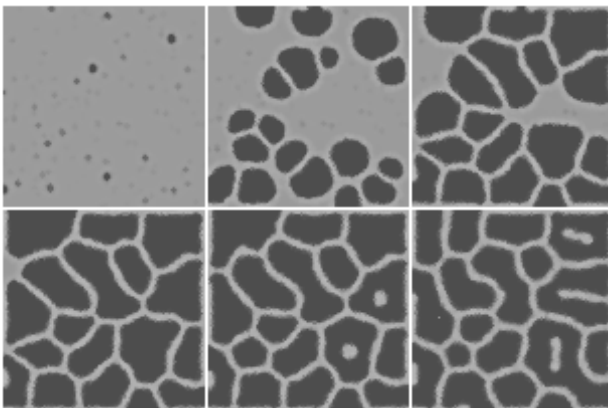


Рис. 11. – Динамика возникновения “тонкой” траншейной структуры

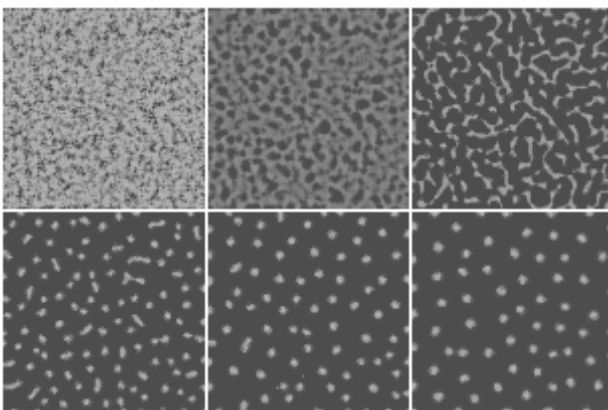


Рис. 12. – Динамика возникновения ячеистой структуры

## 4. ВЫВОДЫ

На основе вышеизложенного можно заключить, что изложенная схема реализации метода непрерывных асинхронных клеточных автоматов является весьма удобным методом моделирования пространственной динамики, и, в частности, процессов самоорганизации и эволюции. Основные преимущества предложенного метода заключаются, на наш взгляд, в следующем. 1. Отсутствие необходимости осреднения состояний некоторого множества соседствующих клеточных автоматов, попадающих в так называемый радиус осреднения, для получения непрерывного значения того или иного параметра моделируемой системы. 2. Возможность представления клеточных автоматов как векторов одинаковой длины, компоненты которых принимают, вообще говоря, непрерывные вещественные значения. 3. Межклеточные взаимодействия описываются системой итерационных функций, явный вид которых определяется природой моделируемой системы. 4. Метод непрерывных асинхронных клеточных автоматов дополнен алгоритмом, учитывающим неодинаковость правил локальных взаимодействий в разных клетках поля и возможность хаотического изменения этих правил.

Основное применение данного подхода, на наш взгляд, заключается в моделировании открытых систем, предусматривающих свободный обмен веществом с окружающей средой, причём физические свойства частиц вещества могут иметь самый разнообразный и непредсказуемый характер. В процессе же моделирования происходят локальные микровзаимодействия между клеточными автоматами (частицами), в результате которых концентрация одних может уменьшаться, других увеличиваться. Подобного рода взаимодействия при моделировании сложных, открытых, неравновесных, нелинейных систем могут породить на макроуровне конкурирующие между собой самоорганизованные структуры и продемонстрировать, таким образом, эволюционную динамику систем (см. рис. 9, рис. 10).

## 5. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Тоффоли Т., Марголюс Н. *Машины клеточных автоматов*. М.: Мир, 1991, 280 с.
- [2] Бандман О. Л. Клеточно-автоматные модели пространственной динамики. *Системная информатика*. Вып. 10. 2005, С. 57-113.
- [3] Ванаг В. К. Исследование пространственно распределённых динамических систем



методами вероятностного клеточного автомата. *Успехи физических наук*. Том 169, № 5, 1999, С. 481-505.

- [4] Хакен Г. *Информация и самоорганизация: Макроскопический подход к сложным системам*. М.: Мир, 1991, 240 с.
- 



**Владимир Викторович Жихаревич**, кандидат физико-математических наук, старший преподаватель кафедры информационных систем Черновицкого факультета НТУ "ХПИ".

*Научные интересы: клеточно-автоматное моделирование, прикладные вопросы теории клеточных автоматов, теория самоорганизации систем (синергетика).*



**Сергей Эдуардович Остапов**, доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой программного обеспечения компьютерных систем Черновицкого национального университета им. Ю. Федьковича.

*Научные интересы: криптография, теория информации и кодирования, теория автоматов.*



## SELF-ORGANIZATION AND EVOLUTION SYSTEM SIMULATION BY THE CONTINUOUS NONSYNCHRONIZING CELLULAR AUTOMATA

Vladimir Zhikharevich <sup>1)</sup>, Sergey Ostapov <sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>NTU “Kharkov polytechnical institute” Chernivtsi department  
203A, Holovna str., 58000, Chernivtsi, Ukraine  
<sup>2)</sup>Yu. Fed'kovich Chernivtsi National University  
2, Kotsyubinsky str., 58012, Chernivtsi, Ukraine  
e-mail: sergey.ostapov@gmail.com

**Abstract:** *This paper deals with the modeling of the same systems on the base of nonsynchronizing cellular automata. This approach have been approved for the exponential dependencies, heat transfer, diffusion and wave interference, discrete system, like Conway’s Game of Life, behavior. The modeling of the evolution of the wave-like system also has been carrying out. The proposed method has been modified for the modeling of the evolution processes. This modification consists in algorithm, which taking into account the difference between local interactions rules.*

**Key words:** *cellular automata, self-organizing, evolution, modeling, nonlinear dynamics.*

The usual cellular automata (CA) are the discrete dynamical systems, which depends only on local interaction rules, common for every cell. Despite the CA comparative simplicity, such models can describe rather complex and interesting dynamics. The main purpose of this paper is the CA models elaboration, which can demonstrate the qualitative evolution dynamics of the different systems.

The simulation process consists on 3 steps.

1. The coordinates  $c^i$  of the cell  $i$  are determined by random procedure. The probability of each cell choice is equal.
2. The coordinates of another cell for interaction are determined also by random procedure. We can use the different neighbourhood scheme (such as 4-, 6-, 8-cells and others).
3. Both cells are interacts each other. That means that output characteristics (at the next time moment  $t+1$ ) calculates with the help of interaction rules and input characteristics (at the time moment  $t$ ).

The main difference of proposed simulation method is the peculiarities of the local interaction rules. We can represent the interaction rules as the system of iteration functions like

$$\begin{cases} c_j^i = F_j^i(c_1^i, c_2^i, \dots, c_N^i, c_1^k, c_2^k, \dots, c_N^k) \\ c_j^k = F_j^k(c_1^i, c_2^i, \dots, c_N^i, c_1^k, c_2^k, \dots, c_N^k) \end{cases},$$

where  $j = 1, 2, \dots, N$ . The F-functions specific form depends on the system nature and possibility to decompose the complex system on the elementary interaction acts. So, in the common case, we need to define the F-functions as the superposition of the elementary interaction acts, which have a specific physical nature.

To demonstrate the abilities of the continuous nonsynchronizing CA we try to elaborate such CA models of the well-known systems such as: exponential dependencies, heat transfer, discrete and continuous diffusion, wave interference from two oscillation sources, discrete system, like Conway’s Game of Life, behavior.

In all cases we obtain the results, which agree well with the classical methods (for example the solution of simple differential equations) or simple interference picture from two wave sources.

Like discrete system we’ve choose the “turbine” model and have obtained the usual step by step transformations. For this case the interaction rules have a form:

$$\begin{cases} c_1^i = c_1^i + c_1^i \cdot F1(c_2^i) \cdot P(c_3^i) + (1 - c_1^i) \cdot F2(c_2^i) \cdot P(c_3^i) \\ c_2^i = (c_2^i + c_1^{i+s}) \cdot (1 - P(c_3^i)) \\ c_3^i = (c_3^i + 1) \cdot (1 - P(c_3^i)) + 0.5 \cdot s \cdot (c_3^2 - c_3^1) \cdot D(c_3^1) \end{cases}$$

where F1 is the birth and F2 – destruction functions; P and D – time synchronization functions. We use

only three layers for such systems simulation. The first layer describes the cells birth/destruction. The neighbour quantity is calculated in the layer two and the third layer used for time synchronization.

The next step in our calculations is the modification of classical "predator-pray" model to extend the functional possibilities of local interactions. Let us to consider the soil water as nutrition for the "predators" (i.e. "pray"). As a "predators" will be the individuals, which only consume the water to reproduction. Let us to consider the spontaneous soil water increase as the nutrition increase and the gradient water flow as the reason of the "predators" transference. Also the "predators" can bury oneself and soil can "fly level" than quicker, than faster "predators" buried. We provide also the competition mechanism, which consist of the better survival of those "predators",

which more effective bury in the soil. Without competition system dynamics will have wave-like character. With presence of the competition mechanism the system became the stationary character as a porous structure.

Emphasize, that procedure of the F-function specific form being, and parameters in the function are the empirical problem. The simulation success depends on the understanding of the system nature, decomposition possibilities and local interaction rules determination.

To conclude we can say that proposed model is the very useful method for dynamic system, self-organizing and evolution simulation. The main application of such approach is the open systems simulation. The physical properties of the system particles may the different character.