



## МОДЕЛЮВАННЯ РОБОТИ ТИХОХІДНОГО ВІТРОКОЛЕСА ЕНЕРГЕТИЧНОЇ УСТАНОВКИ З ЛОПАТЯМИ ПОСТІЙНОГО ПРОФІЛЮ ЗА ЙОГО РАДІУСОМ

Роман Зінко <sup>1)</sup>, Тарас Круць <sup>2)</sup>, Ігор Лозовий <sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Національний університет "Львівська політехніка",  
вул. С. Бандери, 32, Львів, 79013, Україна, e-mail: rzinko@polynet.lviv.ua  
<sup>2)</sup> Львівський автодорожній технікум, вул. Личаківська 2, Львів, 79008, Україна

**Резюме:** в статті поставлено і вирішено завдання оптимізації швидкості обертання тихохідного вітроколеса і оптимального профілю його лопатей згідно критерію отримання максимальної енергії від слабого потоку повітря. Запропоновано метод визначення необхідних кутів власного нахилу лопатей і осі вітроколеса з вищою швидкістю потоку повітря для підтримки номінальної потужності енергетичної установки.

**Ключові слова:** тихохідне вітроколесо, оптимальний профіль лопатей.

### 1. ВСТУП

Вітроенергетика сьогодні має свої усталені традиції у розвитку енергетики [1]. На сьогодні для фермерських господарств, що починають діяти на теренах України найбільш необхідні дешеві вітроенергетичні установки (ВЕУ) максимальної одиничної потужності в межах 3-6 кВт.

Зазвичай максимальну проектну потужність ВЕУ, розміри вітроколеса (ВК), геометрію його лопатей прийнято визначати для деякої стандартної для певних регіонів земної кулі швидкості потоку повітря (ПП). Так для північних регіонів значення цієї швидкості приймається рівним 12 м/с, що відповідає шести балам по шкалі Бофорта. В країнах континентальної Європи, США за стандартне значення швидкості ПП приймають 7,5 м/с, що відповідає силі ПП в чотири бали по шкалі Бофорта.

Значення стандартної швидкості ПП пов'язують зі значеннями середньорічних швидкостей ПП в даному регіоні. Тому, з огляду на результати багаторічних метеорологічних спостережень на теренах України [2], правомірно вважати, що розміри ВК, геометрія його лопатей, проектна потужність ВЕУ, які передбачається експлуатувати в її межах, повинні визначитися для швидкостей ПП 3-5 м/с і ці швидкості для переважної більшості регіонів України прийматися як стандартні. Вони відповідають

трибальній силі ПП по шкалі Бофорта.

Малі швидкості ПП не дозволяють ефективно працювати лопатям, профіль яких базується на ефектах аеродинаміки. Тому в цих випадках представляється за доцільне використовувати лопаті з профілем який базується на ефектах вітрила розвертання вектора швидкості ПП при його безпосередньому контакті з робочою поверхнею лопаті. Для створення рушійної сили лопать повинна обертатися не скоріше ПП який попадає на елементарні її площинки. Оскільки швидкість ПП мала тому і вітроколесо для роботи в таких ПП називають тихохідним вітроколесом (ТВК).

Дослідженню роботи ТВК з прямолінійною твірною робочої поверхні лопаті присвячені роботи [3-5]. Прямолінійність твірної значно спрощує технологію виготовлення лопаті, що значно впливає на показник вартості одиниці встановленої потужності ВЕУ. Але для ВЕУ невеликої потужності цей вплив зменшується.

В роботах [3-5] серед іншого покладається, що ВК має велику кількість лопатей (24 та більше). Це дозволило авторам цих робіт визначити оптимальну орієнтацію елементарної площини лопаті лише в місці розташування її маху, зберігаючи цю орієнтацію по всій прямолінійній ширині елементу лопаті. При цьому віддалі точок виділеної елементарної полоски лопаті від осі обертання ВК різнилися між собою незначно, тому що кількість лопатей була велика. Зменшення кількості лопатей ВК до

9-12 збільшує ці різниці. Тому вздовж радіуса кінцеві частини лопаті з прямолінійною твірною її робочої поверхні мають не оптимальну орієнтацію.

## 2. ОСНОВНА ЧАСТИНА

З метою збільшення коефіцієнта корисної дії ВК пропонується лопать [6], в якій оптимальна орієнтація її елементів підтримується не лише в місці розташування маху (рис.1), але і на всьому колі довільного проміжкового радіусу ВК (рис.2).

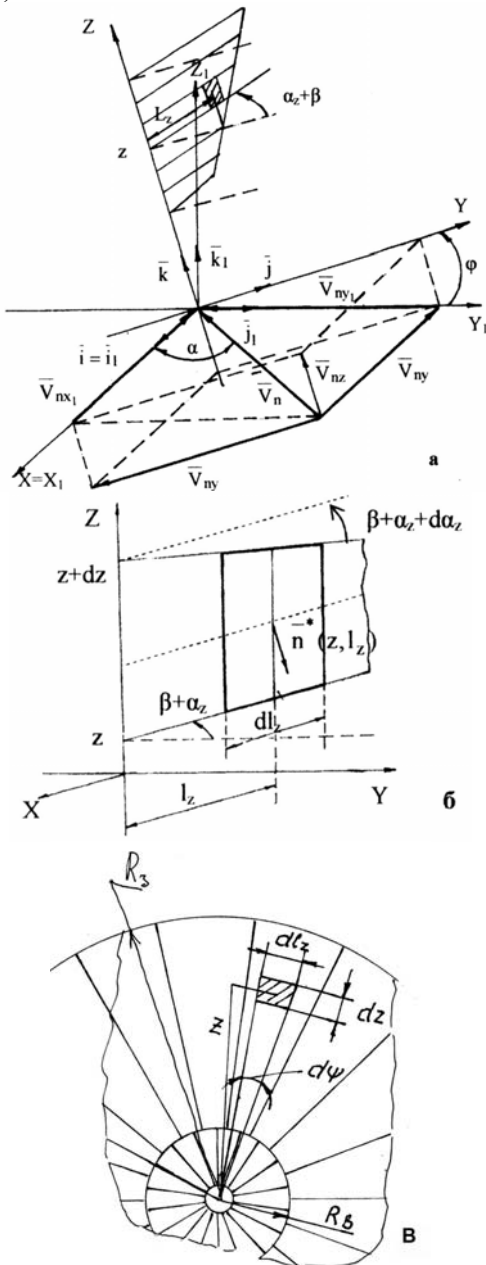


Рис.1 – Лопать з прямолінійною твірною її робочої поверхні: а – компоненти вектора швидкості в нерухомій ( $x_1y_1z_1$ ), рухомій ( $xyz$ ) системах координат та елементарна площинка лопаті; б – орієнтація елементарної площинки в просторі; в – фронтальний вид елементарної площинки

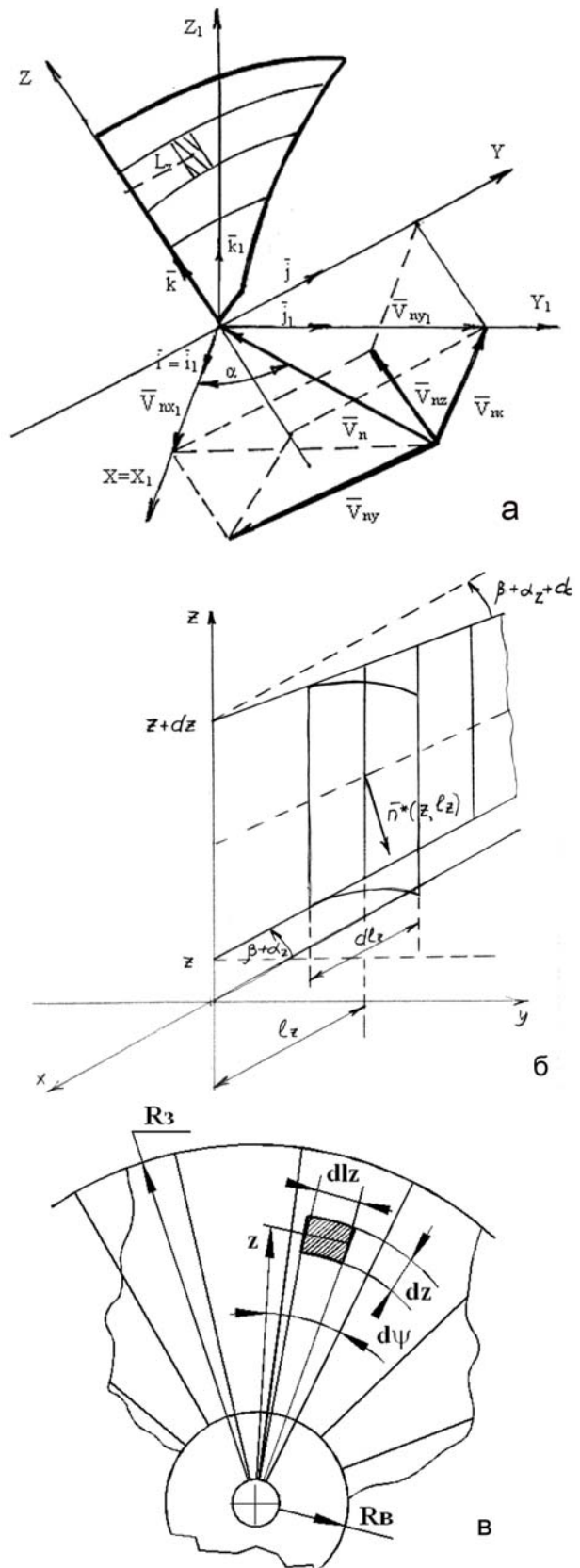


Рис.2 – Лопать постійного профілю робочої поверхні на її радіусі: а – компоненти вектора швидкості в нерухомій ( $x_1y_1z_1$ ), рухомій ( $xyz$ ) системах координат та елементарна ділянка лопаті; б – орієнтація елементарної ділянки в просторі; в – фронтальний вид елементарної ділянки

У роботі [6] наведена залежність, що дозволяє

визначати потужність  $d^2N_{z,l_z}$ , яку відбирає ділянка лопаті елементарної площі  $dl_z \cdot dz$  ТВК, що має горизонтальну вісь обертання з горизонтального потоку повітря (див. рис.). Вона має вигляд:

$$d^2N_{z,l_z} = A_1 \frac{d\varphi}{dt} z \cos \alpha_{z,l_z} V_n \left( A_2 + A_3 l_z \frac{d\alpha_z}{dz} \right) \cdot \left\{ V_n (A_2 \cos \alpha_{z,l_z} + A_3 \sin \alpha_{z,l_z}) - \frac{d\beta}{dt} l_z \cos \alpha_{z,l_z} - \left[ -\frac{d\varphi}{dt} [z \sin(\alpha_z + \beta) \cos \alpha_{z,l_z} + l_z \cos(\alpha_z + \beta) \sin \alpha_{z,l_z}] \right] \right\} \cdot dl_z dz \quad (1)$$

де  $A_1 = \rho_n \sin(\alpha_z + \beta)$ ;  
 $A_2 = \cos \alpha \cos(\alpha_z + \beta) + \sin \alpha \cos \varphi \sin(\alpha_z + \beta)$ ;  
 $A_3 = \sin \alpha \sin \varphi$ ;  $\rho_n$ ,  $V_n$  – питома маса та горизонтальна швидкість потоку повітря, що набігає на лопать;  $\alpha_z$  – кут профілю лопаті на відстані  $z$  від осі обертання ВК;  $\frac{d\alpha_z}{dz}$  – швидкість зміни кута профілю зі зміною відстані

до осі обертання ВК;  $\frac{d\beta}{dt}$  – кут та швидкість повороту самої лопаті навколо власної осі обертання (навколо маху);  $\alpha$  – кут між вектором швидкості потоку повітря та віссю обертання ВК;  $\frac{d\varphi}{dt}$  – кут повороту та кутова швидкість обертання ВК;  $l_z$  – відстань між віссю власного обертання лопаті та центром виділеної ділянки елементарної площі  $dz \cdot dl_z$ ;  $\alpha_{z,l_z}$  – кут між нормаллю до виділеної ділянки лопаті елементарної площі  $dz \cdot dl_z$  та горизонтальною площиною.

Залежність (1) описує відбір потужності ділянкою лопаті елементарної площі ВК з горизонтальною віссю обертання від горизонтального потоку повітря при їх довільних відносній орієнтації, кутах профілю лопаті та швидкості обертання ВК. Водночас, одним з найважливіших завдань є забезпечення максимально можливого відбору потужності зі слабких за потужністю потоків повітря. У цьому випадку необхідно забезпечити перпендикулярність вектора потоку повітря до площини розташування ВК (тобто,  $\alpha = 0$ ). Крім цього лопаті розташовують так, щоби площа перекриття вітрового колеса була максимальною (тобто,  $\beta = 0$  та  $\frac{d\beta}{dt} = 0$ ). Як правило для

поширених типів профілів лопатей тихохідних ВК значення  $\alpha_{z,l_z}$  мале, тому допустимо вважати, що  $\cos \alpha_{z,l_z} \cong 1$ , а  $\sin \alpha_{z,l_z} \cong 0$ . Довжину  $dl_z$  ділянки лопаті елементарної площі  $dz \cdot dl_z$  можна представити як  $z d\psi$ , де  $\psi$  – центральний кут ВК. ТВК відрізняються від швидкохідних ВК великою кількістю лопатей, які практично повністю перекривають собою всю площу ВК. Тому інтегрувати залежність (1) по  $\psi$  доцільно в межах від "0" до "2 $\pi$ ". Тоді потужність, що відбирають з потоку повітря всі лопаті смужкою елементарної висоти  $dz$ , яка розташована на відстані  $z$  від осі обертання ВК, дорівнює:

$$dN_z = 2\pi \rho z^2 \frac{d\varphi}{dt} \sin \alpha_z V_n \cos \alpha_z \cdot \left( V_n \cos \alpha_z - \frac{d\varphi}{dt} z \sin \alpha_z \right) dz \quad (2)$$

Потужність, яку відбирає ВК загалом з потоку повітря, дорівнює:

$$N = 2\pi \rho_n \int_{R_B}^{R_3} z^2 \frac{d\varphi}{dt} \sin \alpha_z V_n \cos \alpha_z \cdot \left( V_n \cos \alpha_z - \frac{d\varphi}{dt} z \sin \alpha_z \right) dz \quad (3)$$

де  $R_B$ ,  $R_3$  – внутрішній та зовнішній радіуси ВК.

При відомих швидкості горизонтального потоку повітря  $V_n$ , його питомій масі  $\rho_n$ , вибраних розмірах ВК –  $R_B$ ,  $R_3$  потужність, яку відбирає ВК з потоку, залежить від кутової швидкості вітрового колеса  $\frac{d\varphi}{dt}$ , яку можна розглядати як невідомий параметр, та кута профілю лопаті  $\alpha_z$ , який можна розглядати як невідому функцію від поточного значення радіусу  $z$ . Це дозволяє залежність (3) розглядати як функціонал з невідомим параметром виду:

$$N = \int_{R_B}^{R_3} F \left( z, \alpha_z, \left( \frac{d\varphi}{dt} \right) \right) dz \quad (4)$$

де внутрішніми дужками виділено невідомий параметр  $\frac{d\varphi}{dt}$ .

Отже, задача механіки щодо оптимізації швидкості обертання ТВК та профільного кута його лопатей за критерієм максимально можливого відбору потужності зі слабких ПП

розв'язувалася до математичної задачі пошуку екстремуму функціонала (4), що містить

невідомий параметр  $\frac{d\varphi}{dt}$ . На підставі варіаційного числення задача пошуку екстремуму функціонала розв'язується побудовою диференціального рівняння Ейлера [4,7]. Аналіз структури підінтегрального виразу залежності (3) свідчить, що він не залежить від  $\frac{d\alpha_z}{dz}$ .

Тоді рівняння Ейлера набирає виду:

$$\frac{\partial F}{\partial \alpha_z} = 0 \quad (5)$$

Беручи часткову похідну від підінтегральної функції залежності (3) по  $\alpha_z$ , і на підставі (5), прирівнюючи її до нуля, будемо мати:

$$\frac{d\varphi}{dt} \cdot \frac{z}{V_n} \cdot \text{tg}^3 \alpha_z^{\text{on}} - 2 \text{tg}^2 \alpha_z^{\text{on}} - 2 \frac{d\varphi}{dt} \cdot \frac{z}{V_n} \cdot \text{tg} \alpha_z^{\text{on}} + 1 = 0$$

Розв'язок цього алгебраїчного рівняння за формулою Кардана дозволяє отримати залежність оптимального кута  $\alpha_z^{\text{on}}$  профілю лопаті від її поточного радіуса z:

$$\text{tg} \alpha_z^{\text{on}} = \pm 2 \sqrt{\frac{2}{3} \left( \frac{2}{3} k^2 + 1 \right)} \cdot \cos \left\{ \frac{1}{3} \arccos \left[ \frac{\frac{1}{6} k \left( \frac{16}{9} k^2 + 1 \right)}{\sqrt{\frac{64}{729} k^6 + \frac{32}{81} k^4 + \frac{16}{27} k^2 + \frac{8}{27}}} \right] \pm \frac{2}{3} \pi \right\} + \frac{2}{3} k \quad (6)$$

де  $\frac{1}{k} = \frac{d\varphi}{dt} \cdot \frac{z}{V_n}$ , в яку швидкість потоку повітря  $V_n$  та кутова швидкість обертання ВК  $\frac{d\varphi}{dt}$  входять параметри.

Підставляючи функцію оптимального кута  $\alpha_z^{\text{on}}$  профілю лопаті в (3), отримаємо максимальне значення функціонала, тобто, максимальне значення потужності  $N^{\text{on}}$ , яку може відібрати ВК з лопатями, що мають оптимальний кут профілю  $\alpha_z^{\text{on}}$ :

$$N^{\text{on}} = 2\pi \rho_n \int_{R_B}^{R_3} z^2 \frac{d\varphi}{dt} \sin \alpha_z^{\text{on}} V_n \cos \alpha_z^{\text{on}} \left( V_n \cos \alpha_z^{\text{on}} - \frac{d\varphi}{dt} z \sin \alpha_z^{\text{on}} \right) dz \quad (7)$$

Для визначення оптимальної  $\omega_k^{\text{on}}$  кутової швидкості  $\frac{d\varphi}{dt}$  обертання ВК необхідно прирівняти до нуля часткову похідну від  $N^{\text{on}}$  по  $\frac{d\varphi}{dt}$ , тобто:

$$\frac{\partial N^{\text{on}}}{\partial \omega_k^{\text{on}}} = 0 \quad (8)$$

або чисельно, перебором визначити значення  $\omega_k^{\text{on}}$ , при якому  $N^{\text{on}}$  з (7) набирає максимального значення.

### 3. ВИСНОВКИ

Отже, залежності (6, 7, 8) дозволяють оптимізувати кут профілю лінійчатої лопаті тихохідного ВК та швидкість його обертання за критерієм максимально можливого відбору потужності зі слабких потоків повітря.

Як відзначається в [1] не менш важливою задачею, ніж відбір максимально можливої потужності зі слабких ПП, є задача захисту лопатей ВК від сильних ПП, відбору з них лише максимальної проектної потужності. Це можна досягнути двома шляхами: або збільшуючи кут  $\beta$  – кут повороту лопаті навколо маха, або збільшуючи кут  $\alpha$  – кут між вектором швидкості ПП та віссю обертання ВК, повертаючи його. Другий шлях доцільно використовувати для ВК невеликого діаметра і малих швидкостей його обертання. В цьому випадку є можливість робити лопаті неповоротними.

Аналогічно до того, як залежність (3) була проінтегрована (залежність 5), можна

проінтегрувати і залежність (1), в якій  $\frac{d\varphi}{dt} \approx \omega_k^{\text{on}}$  та  $\beta_z = \beta_z^{\text{on}}$ . Інтегруючи чисельно завжди можна визначити необхідні значення кутів  $\beta$  або  $\alpha$  для того щоб потужність, що відбирається ВК з ПП була в межах допустимих величин.

Для перевірки правомірності аналітичних підходів, правильності отриманих математичних залежностей був розроблений дев'ятилопатевий макет ВЕУ, та випробуваний в аеродинамічній трубі Національного університету "Львівська політехніка" кафедри теплогазопостачання та вентиляції під керівництвом проф. Возняка О.Т. Результати експериментів показали правомірність прийнятих припущень, та достатню для потреб практики точність результатів отриманих аналітично.

#### 4. ЛІТЕРАТУРА

- [1] Дж. Твайдел, А. Уэйр. *Возобновляемые источники энергии*. Перевод с английского под ред. В. А. Коробкова. М.: Энергоатомиздат, 1990, 392 с.
- [2] *Гос. ком. по гидрометеорологии. Украинское республиканское управление по гидрометеорологии. Научно-прикладной справочник по климату СССР. Серия 3. Многолетние данные. Части 1-6. Выпуск 10. Украинская ССР. Книга 1.* Ленинград. Гидрометеоздат 1990, 420 с.
- [3] І. С. Лозовий, М. Б. Кудлик. Моделювання роботи лійчатого-профільованої лопаті вітроколеса з горизонтальною віссю обертання. *Сборник трудов IV Международной научно-практической конференции "Современные проблемы геометрического моделирования"*, часть 2. 4-6 сентября 1997, г. Мелитополь, 1997, с. 96-97.
- [4] І. С. Лозовий, М. Б. Кудлик. Оптимальні швидкість обертання тихохідного вітроколеса та профіль його лопатей за критерієм максимального відбору потужності зі слабких потоків повітря. *Вісник НУ "Львівська політехніка" Динаміка, міцність та проектування машин і приладів.* № 434, 2001, с. 92-96.
- [5] М. Б. Кудлик, І. С. Лозовий. Вплив профілю лопаті тихохідного вітроколеса, орієнтації та швидкості його обертання на відбір ним потужності з потоку повітря. *Вісник НУ "Львівська політехніка". Теплоенергетика, інженерія докілья, автоматизація.* № 452, 2002, с.269-273.
- [6] Р. В. Зінко, М. Б. Кудлик, Т. І. Круць, І. С. Лозовий. Моделювання роботи вітроенергетичної установки з лопатями постійного профілю на радіусі вітроколеса. *III Міжнародна науково-технічна конференція "Комп'ютерні науки та інформаційні технології" (CSIT-2008).* 25-27 вересня 2008 року, НУ "ЛП", С. 269-272.

- [7] Л. Янг. *Лекции по вариационному исчислению и теории оптимального управления*. Москва: Из-во "Мир", 1974, 488 с.



**Роман Зінко** – доцент кафедри Експлуатація та ремонт автомобільної техніки НУ "Львівська політехніка", працює на посаді доцента. Народився 1970 року. Дисертацію захистив в 2001 році за спеціальністю машинознавство.

Має понад 60 наукових праць. Основний напрямок наукової діяльності – наукові основи створення енергоощадливих машин і механізмів.



**Тарас Круць** – народився в 1979 році у м. Львові. Закінчив 9кл. СШ №57 і у 1994 році і продовжив навчання у Львівському автомобільно – дорожньому технікуму по спеціальності "Обслуговування

та ремонт автомобілів і двигунів". З 1998 р. продовжив навчання в Національному університеті "Львівська політехніка". Після закінчення Львівської політехніки у 2004 році працює на посаді викладача спеціальних дисциплін у Львівському автомобільно – дорожньому технікумі. Має 3 публікації.

Наукові інтереси – динаміка вітроенергетичних установок.



**Ігор Лозовий** – доцент кафедри теоретичної механіки НУ "Львівська політехніка", працює на посаді доцента. Народився 1948 року. Дисертацію захистив в 1976 році за спеціальністю динаміка та міцність машин.

Має понад 200 наукових праць. Наукові інтереси – динаміка машин та механізмів.





## DESIGN OF WORK SLOW WIND-WHEEL POWER PLANT WITH PADDLES OF PERMANENT TYPE AFTER ITS RADIUS

Roman Zinko <sup>1)</sup>, Taras Kruts <sup>2)</sup>, Ihor Lozovyj <sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Lviv Polytechnic National University  
32 Bandera Str., Lviv, 79013, Ukraine, e-mail: rzinko@polynet.lviv.ua

<sup>2)</sup> Lviv autoroad college, 2 Lytchakivska Str., Lviv, 79008, Ukraine

**Abstract:** *The task of optimizing velocity rotation of low-speed wind-wheel and optimal profile of its paddles according to criterion at most possible selection of power from weak air flow is set and worked out in the article. The method of determination the necessary angles of own turn of paddles and axis of rotation of wide-wheel shaft with higher speed of air flow with the aim of support nominal capacity of wide-power installation is suggested.*

**Keywords:** *low-speed wind-wheel, optimal profile of paddles.*

### 1. INTRODUCTION

Nowadays the wind power has its own established traditions in the development of energetics [1]. Large farms, which are spreading now on the territory of Ukraine, are in a growing need for cheap wind-driven electric sets (WDS) of maximum unit power within 3-6 kW.

As a rule, the maximum project power of WDS, the size of the wind-wheel (WW), the geometry of its paddles are determined for a specific, standard for certain regions of the globe, velocity of the air flow (AF). Thus, for the northern regions the value of this velocity is generally equalled to 12 m/s, which corresponds to 6 numbers on the Beaufort scale. In the countries of continental Europe and the USA the standard value of the AF velocity is settled on 7,5 m/s, which corresponds to the AF power of 4 numbers on the Beaufort scale.

The standard velocity value of the AF is related to the value of the average yearly AF velocities in a given region. For that reason, from the perspective of the longstanding meteorological observations on the terrains of Ukraine, it seems justified to assume that the sizes of the WW, the geometry of its paddles and the project power of the WDS, which are expected to be exploited within its territory, have to be determined for the AF velocities of 3-5 m/s, and these velocities have to be accepted as standard for most regions in Ukraine. They correspond to the 3-numbered power of the AF on the Beaufort scale.

Low velocities of the AF don't permit an effective functioning of the paddles, the profile of which is based on the effects of aerodynamics.

Therefore in cases like this it seems expedient to use the paddles with the profile based on the effects of sail and turn of vector of the AF velocity at its immediate contact with the working surface of the paddle. In order to create a leading power the paddle should not rotate faster than the AF, which blows onto its elementary surfaces. Since the AF velocity is low, the wind-wheel used for such AFs is called a low-speed wind-wheel (LWW).

The research papers [3-5] analyze the work of the LWW with a rectilinear generatrix of the paddle's working surface. The generatrix's rectilinearity facilitates to a great extent the technology of constructing the paddle, which has a considerable impact on the worth ratio of the settled WDS capacity unit. However, this impact decreases for the WDS with low capacities.

Among other things, it has been assumed in the research papers [3-5] that a WW has a great number of paddles (24 and more). It enabled the authors of these papers to define the optimal orientation of the paddle's elementary surface just at the place of the location of its flap, maintaining this orientation along the whole rectilinear width of the paddle's element. Moreover, the spacing intervals between the points of the distinguished elementary stria of the paddle and the rotation axis of the WW were only slightly different, since the quantity of the paddles was large. When the quantity of the WW paddles decreases to 9-12, these differences become more conspicuous. For that reason, the ultimate parts of the paddle with a rectilinear generatrix of its working surface have a non-optimal orientation

around the radius.

## 2. MAIN PART

In order to increase the coefficient of efficiency of the WW there has been suggested a paddle [6], in which the optimal orientation of its elements is maintained not only at the place of the location of its flap (fig.1), but also on the whole circle of a random intermediate radius of the WW (fig.2).

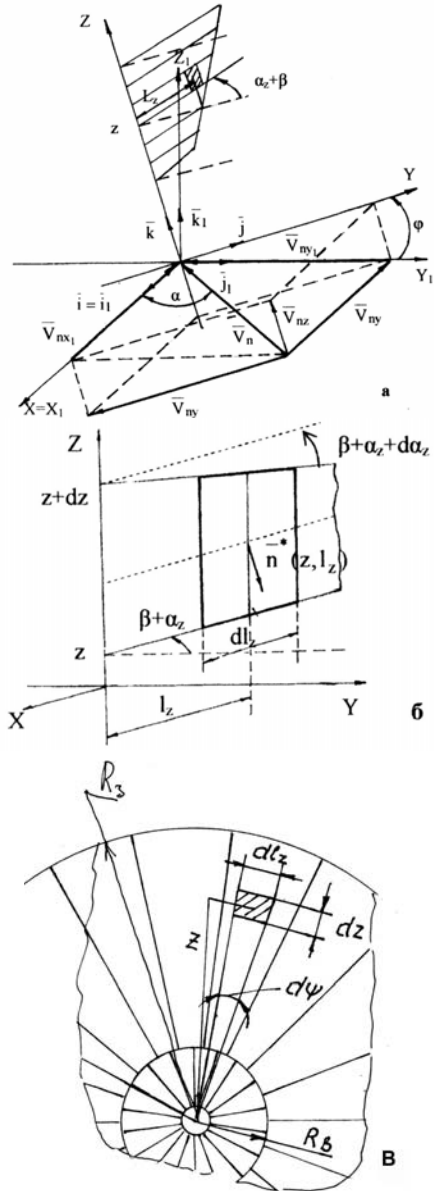


Fig. 1 – A paddle with rectilinear formative it working surface: a – components of vector of speed in immobile ( $x_1y_1z_1$ ), mobile ( $xyz$ ) systems of coordinates and elementary plane of paddle; b – an orientation of elementary plane in space; B – a frontal type of elementary plane.

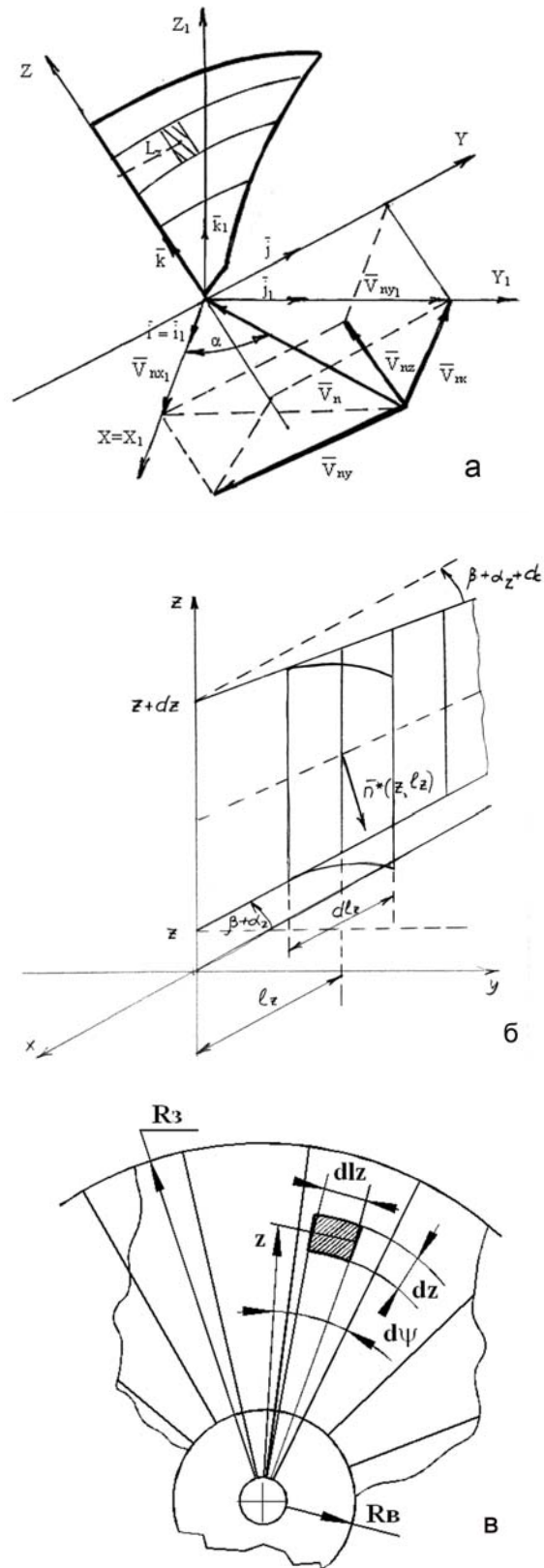


Fig. 2 – A paddle of permanent type of working surface is on its radius: a – components of vector of speed in immobile ( $x_1y_1z_1$ ), mobile ( $xyz$ ) systems of coordinates and elementary area of paddle; b – an orientation of elementary area in space; B – a frontal type of elementary area.

It looks like this:

$$d^2 N_{z,l_z} = A_1 \frac{d\varphi}{dt} z \cos \alpha_{z,l_z} V_n \left( A_2 + A_3 l_z \frac{d\alpha_z}{dz} \right) \alpha_z^{on} \text{ of the paddle's profile in (2), we get the maximum meaning of the functional, i.e. the maximum meaning of the power } N^{on}, \text{ which can be withdrawn by the WW with the paddles of the most optimal profile's angle } \alpha_z^{on} :$$

$$d^2 N_{z,l_z} = A_1 \frac{d\varphi}{dt} z \cos \alpha_{z,l_z} V_n \left( A_2 + A_3 l_z \frac{d\alpha_z}{dz} \right), \quad (1)$$

where  $A_1 = \rho_n \sin(\alpha_z + \beta)$ ;

$$A_2 = \cos \alpha \cos(\alpha_z + \beta) + \sin \alpha \cos \varphi \sin(\alpha_z + \beta);$$

$A_3 = \sin \alpha \sin \varphi$ ;  $\rho_n$ ,  $V_n$  – the specific weight and horizontal velocity of the air flow, which blows onto the paddle;  $\alpha_z$  – the angle of the paddle's profile at the distance of  $z$  from the axis of the WW

rotation;  $\frac{d\alpha_z}{dz}$  – the velocity of changing the profile's angle with changing the distance to the axis

of the WW rotation;  $\beta, \frac{d\beta}{dt}$  – the angle and velocity of the paddle's rotation itself around its own axis of rotation (around the flap);  $\alpha$  – the angle between the velocity vector of the air flow and the rotation

axis of the WW;  $\varphi, \frac{d\varphi}{dt}$  – the angle of rotation and the angular velocity of the WW rotation;  $l_z$  – the distance between the axis of the paddle's rotation around itself and the centre of the distinguished part of the elementary surface  $dz \cdot dl_z$ ;  $\alpha_{z,l_z}$  – the angle between the normal to the distinguished part of the paddle of the elementary surface  $dz \cdot dl_z$  and the horizontal surface.

The power which the WW withdraws from the air flow in general is equal to:

$$N = 2\pi\rho_n \int_{R_B}^{R_3} z^2 \frac{d\varphi}{dt} \sin \alpha_z V_n \cos \alpha_z \cdot \left( V_n \cos \alpha_z - \frac{d\varphi}{dt} z \sin \alpha_z \right) dz, \quad (2)$$

where  $R_B, R_3$  are the internal and external radii of the WW.

The problem of the mechanics as to optimizing the rotation velocity of the LWW and the profile angel of its paddles according to the criterion of the maximum possible selection of power out of the low AFs was being solved as a mathematical problem of searching the extremum of the functional (2), which

contains the unknown parameter  $\frac{d\varphi}{dt}$ .

Substituting the function of the optimal angle

optimal profile's angle  $\alpha_z^{on}$ :

$$N^{on} = 2\pi\rho_n \int_{R_B}^{R_3} z^2 \frac{d\varphi}{dt} \sin \alpha_z^{on} V_n \cos \alpha_z^{on} \left( V_n \cos \alpha_z^{on} - \frac{d\varphi}{dt} z \sin \alpha_z^{on} \right) dz. \quad (3)$$

In order to define the optimal  $\omega_k^{on}$  angular velocity  $\frac{d\varphi}{dt}$  of the WW rotation it is necessary to equate to zero the partial derivative from  $N^{on}$  at  $\frac{d\varphi}{dt}$ , that is:

$$\frac{\partial N^{on}}{\partial \omega_k^{on}} = 0, \quad (4)$$

### 3. CONCLUSION

In order to verify the rightfulness of the analytic methods and the correctness of the obtained mathematical dependences there has been elaborated a nine-paddled mock-up of the WDS and it was tried in an aerodynamic pipe of the Lviv Polytechnic National University at the department of heat and gas supplies and ventilation under supervision of prof. Voznjak O.T. The results of the experiments proved the rightfulness of the suggested assumptions and a sufficient for the practice needs accurateness of the results obtained analytically.

### 4. REFERENCES

- [1] John Twidell, Tony Weir. Renewable Energy Resources. Translation from English under. V.A. Korobkova. M. Energoatomizdat, 1990, 392 p. [in Russian]
- [2] Statutory broker on hydrometeorology. Ukrainian republican management on hydrometeorology. Scientifically the applied reference book on the climate of the USSR. Series 3. Long-term information. Parts of 1- 6. 10 Edition. Ukrainian SSR. Book 1. Leningrad. Gidprometeoizdat 1990, 420 p. [in Russian]
- [3] I.S. Lozovyj, M.B. Kudlyk. A design of work of the linear profiled paddle of wind-wheel is with the horizontal axis of rotation. Collection of labours of the IV International scientifically



- practical conference “Modern problems of geometrical design”, part of September, 2. 4-6, 1997 Melitopol’, 1997, p. 96-97. [in Ukrainian]
- [4] I.S. Lozovyj, M.B. Kudlyk. Speed of rotation of slow wind-wheel and type of his paddle is optimum after the criterion of maximal power takeoff from weak blasts. Announcer Lviv Polytechnic National University: Dynamic, durability and design of machines and devices. N434, 2001, p.92-96. [in Ukrainian]
- [5] M.B. Kudlyk, I.S. Lozovyj. Influence of type of paddle of slow wind-wheel, orientation and speed of his rotation on a selection powers them from a blast. Announcer Lviv Polytechnic National University: Heat engineering, engineering of environment, automation. N 452, 2002, p.269-273. [in Ukrainian]
- [6] Zinko R.V., Kudlyk M.B., Kruts T.I., Lozovyj I.S. Design of work of the wind-power installation with the paddle of permanent type on the radius of wind-wheel. Second the International scientific and technical conference “Computer sciences and information technologies” (CSIT-2008). on September, 25 – 27, 2008 Lviv Polytechnic National University. p. 269-272. [in Ukrainian]
- [7] Young L.C. Lectures on the calculus of variations and optimal control theory Publishing house the “World”, Moscow, 1974. 488 p. [in Russian]